

Lipowsky, Frank; Drollinger-Vetter, Barbara; Hartig, Johannes; Klieme, Eckhard
**Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur
schweizerisch-deutschen Videostudie "Unterrichtsqualität, Lernverhalten
und mathematisches Verständnis". 2. Leistungstests**

Frankfurt, Main : GPF u.a. 2006, 111 S. - (Materialien zur Bildungsforschung; 14)



Quellenangabe/ Reference:

Lipowsky, Frank; Drollinger-Vetter, Barbara; Hartig, Johannes; Klieme, Eckhard: Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie "Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis". 2. Leistungstests. Frankfurt, Main : GPF u.a. 2006, 111 S. - (Materialien zur Bildungsforschung; 14) - URN: urn:nbn:de:0111-opus-31078 - DOI: 10.25656/01:3107

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-opus-31078>

<https://doi.org/10.25656/01:3107>

in Kooperation mit / in cooperation with:



GFPF

Gesellschaft zur Förderung
Pädagogischer Forschung e.V.

<http://www.gfpf.info>

Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

GFPPF

dipf

Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungs-
instrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie

“Unterrichtsqualität, Lernverhalten und
mathematisches Verständnis”

Eckhard Klieme / Christine Pauli / Kurt Reusser (Hrsg.)

Teil 2

Frank Lipowsky / Barbara Drollinger-Vetter /
Johannes Hartig / Eckhard Klieme

Leistungstests

Materialien zur Bildungsforschung
Band 14

Frankfurt am Main 2006



Deutsches Institut für Internationale
Pädagogische Forschung
Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft



Universität Zürich

Pädagogisches Institut
Fachbereich Kognitionspsychologie/Didaktik

Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungs- instrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie

“Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis”

Eckhard Klieme / Christine Pauli / Kurt Reusser (Hrsg.)

Teil 2

Frank Lipowsky / Barbara Drollinger-Vetter /
Johannes Hartig / Eckhard Klieme

Leistungstests

**Materialien zur Bildungsforschung
Band 14**

Frankfurt am Main 2006

Fachbeirat

MDgt. a.D. Bernd Frommelt, Hofheim/Ts.

OStD Hans Joachim Bezler, Hohe Landesschule, Hanau

Friedhelm Zöllner, AQS Rheinland-Pfalz, Mainz

Dr. Ottwilm Ottweiler, Direktor des PZ Rheinland Pfalz, Bad Kreuznach

Prof. Dr. Jörg Schlömerkemper, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main

Bernd Schreier, Direktor des Instituts für Qualitätsentwicklung Hessen (IQ), Wiesbaden

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Copyright 2006 by

Gesellschaft zur Förderung Pädagogischer Forschung (GFPPF);

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF),

Schloßstraße 29, D-60486 Frankfurt am Main.

Printed in Germany

ISBN-10: 3-923638-32-9

ISBN-13: 978-3-923638-32-1

Materialien zur Bildungsforschung, Bd. 14, Teil 2

Inhaltsverzeichnis

Einleitung und Überblick	5
1 Überblick über die videogestützte Unterrichtsstudie	6
2 Das Team	11
3 Erläuterungen zum vorliegenden Band 2 der Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente	13
3.1 Einbettung der Leistungstests in das längsschnittliche und mikrogenetische Design der Studie	13
3.2 Anwendung der Item-Response-Theorie zur Skalierung der Leistungsdaten	14
3.3 Aufbau der Skalendokumentation	15
3.4 Aufgabenauswahl	16
3.5 Codierung der Schülerlösungen und Interraterreliabilität	16
4 Eingangstest	18
4.1 Dreidimensionale Lösung	18
4.1.1 Basisfähigkeiten	18
4.1.2 Beweisverständnis	19
4.1.3 Anwendungsfähigkeiten	20
4.2 Eindimensionale Lösung	21
4.2.1 Allgemeines Vorwissen	21
4.3 Aufgaben des Eingangstests	22
5 Vortest	45
5.1 Zweidimensionale Lösung mit Aufgabe 7	45
5.1.1 Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“	45
5.1.2 Algebraische Voraussetzungen	46
5.2 Eindimensionale Lösung mit Aufgabe 7	47
5.2.1 Vorwissen Pythagoras	47
5.3 Zweidimensionale Lösung ohne Aufgabe 7	48
5.3.1 Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“	48
5.3.2 Algebraische Voraussetzungen	49
5.4 Eindimensionale Lösung ohne Aufgabe 7	50
5.4.1 Vorwissen Pythagoras	50
5.5 Aufgaben des Vortests	51
6 Nachtest 1	63
6.1 Zweidimensionale Lösung	63
6.1.1 Konzeptuelles Verständnis und Anwendungsfähigkeiten	63
6.1.2 Konzeptuelles Verständnis von rechtwinkligen Dreiecken	64
6.2 Eindimensionale Lösung	65
6.2.1 Verständnis des Satzes von Pythagoras	65
6.3 Aufgaben des Nachtests 1	66

7	Nachtest 2	74
7.1	Zweidimensionale Lösung	74
7.1.1	Anwendungsfähigkeiten	74
7.1.2	Beweisverständnis	75
7.2	Aufgaben des Nachtests 2	76
8	Abschlusstest	93
8.1	Zweidimensionale Lösung	93
8.1.1	Basiswissen	93
8.1.2	Anwendungsfähigkeiten	94
8.2	Eindimensionale Lösung	95
8.2.1	Wissen im Abschlusstest	95
8.3	Aufgaben des Abschlusstests	96
9	Literaturverzeichnis	110

Einleitung und Überblick

Das Projekt „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“ wird gemeinsam vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung und dem Pädagogischen Institut der Universität Zürich durchgeführt^a (vgl. Klieme & Reusser, 2003; Lipowsky et al., 2005).

Ausgangspunkt für die Studie bildeten die Schulleistungsstudien TIMSS und PISA (z.B. Baumert, Bos & Lehmann, 2000; Baumert et al., 2001; Prenzel et al., 2004). Sie lieferten wertvolle Informationen über Stärken und Schwächen von Schulsystemen im internationalen Vergleich. Um differenziertere Aussagen über die Bedeutung des konkreten Unterrichts für die Entwicklung der Schülerinnen und Schüler machen zu können, bedürfen die Schulleistungsstudien allerdings der Ergänzung durch mikrogenetische Studien. Hier setzt das Projekt „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“ an, indem es nach Kontext-, Bedingungs- und Prozessmerkmalen von Unterricht fragt und ihre Bedeutung für die Entwicklung von Schüler/innen untersucht.

Innerhalb einer sechsjährigen Gesamtlaufzeit (2000-2006) gliedert sich das Projekt in drei Phasen zu je zwei Jahren (vgl. Abbildung 1). In der ersten Phase wurde eine repräsentative Befragung mit Lehrkräften in Deutschland und der Schweiz durchgeführt (vgl. Diedrich, Thußbas & Klieme, 2002; Lipowsky et al., 2003; Pauli & Reusser, 2003), um Gemeinsamkeiten und Unterschiede in den unterrichts-, selbst- und schul Umweltbezogenen Kognitionen der Lehrkräfte zu ermitteln und Kontextbedingungen von Unterricht in beiden Ländern zu erfassen^b. In der zweiten Projektphase stand die videobasierte Erfassung zweier Unterrichtsmodule in 20 deutschen Klassen der 9. Jahrgangsstufe und in 20 Schweizer Klassen der 8. Jahrgangsstufe im Mittelpunkt. Da die Stichprobe dieser videogestützten Unterrichtsstudie keine Repräsentativität für die beiden Länder beansprucht, wurden Teile der im Rahmen der ersten Phase entwickelten und erprobten Lehrerbefragung mit den 40 Mathematiklehrkräften wiederholt, um die Stichprobe näher charakterisieren zu können. Dieses Vorgehen erlaubt die Verankerung der 40 Mathematiklehrkräfte in der repräsentativen Stichprobe aus Phase 1. In einer dritten Projektphase wurden schließlich die im Rahmen der ersten beiden Teilstudien gewonnenen Befunde in

^a Die Studie wird gefördert durch Mittel der DFG (KL1057/3) im Rahmen des Schwerpunktprogramms „Bildungsqualität von Schule“ (BIQUA) und durch Mittel des schweizerischen Nationalfonds (1114-63564.00/1).

^b Auf deutscher Seite wurde die erste Phase des Projekts in Berlin in Zusammenarbeit mit Dr. Claudia Thußbas durchgeführt.

den schulischen Alltag zurückgeführt, indem eine videogestützte und internetbasierte Fortbildung mit den an der Videostudie beteiligten Lehrpersonen durchgeführt wurde^c.

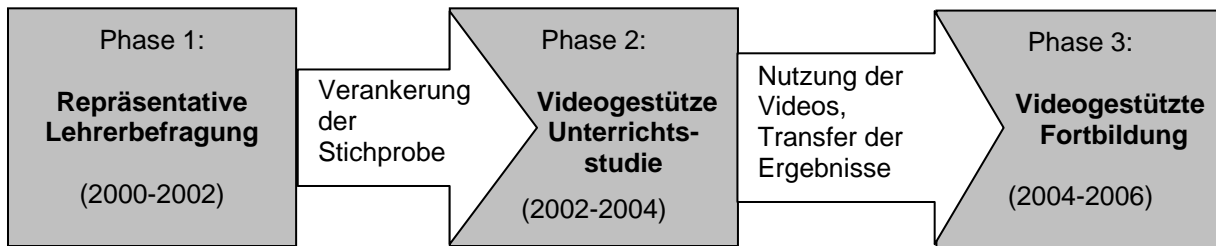


Abbildung 1: Überblick über den Aufbau des Projekts

Die videobasierte Unterrichtsstudie der zweiten Projektphase bildet den Schwerpunkt der im Projekt geleisteten Forschungsarbeit, indem sie unterrichtliche Prozesse und deren Bedeutung für die Entwicklung von Schülerinnen und Schülern untersucht. Aus diesem Grund bezieht sich der vorliegende technische Bericht der Studie auf die zweite Phase und stellt die in der Videostudie eingesetzten Erhebungs- und Analyseverfahren vor. Die Darstellung der Instrumente und der statistischen Kennwerte der Beobachtungs-, Befragungs- und Testverfahren soll zum einen die Kommunikation innerhalb des Teams erleichtern und zum anderen die Dissemination unserer Erfahrungen und Ergebnisse in andere Forschungsteams ermöglichen.

1 Überblick über die videogestützte Unterrichtsstudie

Zentrale Fragestellung der videogestützten Unterrichtsstudie ist, welche Bedeutung unterrichtliche und außerunterrichtliche Variablen für die Leistungs- und Interessensentwicklung im Mathematikunterricht haben. Anknüpfend an die Ergebnisse der internationalen Schulleistungsstudien TIMSS und PISA soll zudem ein Beitrag zur Klärung der Frage geleistet werden, wodurch sich der Leistungsvorsprung Schweizer Schülerinnen und Schüler erklären lässt. Ein besonderes Interesse des Projekts gilt der Untersuchung differenzieller Effekte von Unterricht auf Schülerinnen und Schülern mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen. Die Studie knüpft an die repräsentativen Videostudien im Rahmen von TIMSS 1995 (Stigler & Hiebert, 1999) und TIMSS 1999 (Hiebert et al., 2003, in der Schweiz betreut von Reusser und Mitarbeiter/innen) an. Beide Studien legen einen Zusammenhang zwischen der Leistung von Schülerinnen und Schülern und Unterrichtsmerkmalen (unterrichtliche Ablaufmuster, Skripts) nahe. Jedoch konnte ein direkter Zusammenhang zwischen den Unterrichtsmerkmalen und den

^c Die videogestützte Fortbildung wird von Dr. Nadja Ratzka und lic.-phil. Kathrin Krammer unter der Leitung von Prof. E. Klieme/ Dr. F. Lipowsky und Prof. K. Reusser und Dr. C. Pauli durchgeführt.

Schülerleistungen nicht analysiert werden, da entsprechende Leistungsdaten der gefilmten Schülerinnen und Schüler nicht vorlagen. In der daran anschließenden schweizerischen Vertiefungsstudie der TIMSS 1999 Videostudie wurden zusätzlich Kontextmerkmale des Unterrichts, Befragungen der Lehrpersonen, Schüleraussagen zur Qualität des Unterrichts und zum Lernverhalten und Beobachterratings zur Qualität des Unterrichts mit einbezogen.

Theoretische Bezugspunkte des Projekts bilden die Forschungen zum Experten-Novizen-Paradigma, konstruktivistische Ansätze der Lehr-Lernforschung in der Mathematikdidaktik, Arbeiten der Unterrichtsqualitätsforschung und zum diskursiven Lernen sowie Arbeiten zur Kulturspezifität mathematischer Lehr- und Lernformen (vgl. Klieme, 1999; Reusser & Pauli, 2000; Klieme & Reusser, 2003; Pauli & Reusser, 2003; Lipowsky et al., 2005). Diese theoretischen Perspektiven finden Eingang in ein Angebots-Nutzungs-Modell, das Unterricht als Angebot von Lerngelegenheiten konzeptualisiert, die von den Schülerinnen und Schülern individuell wahrgenommen und genutzt werden können.

Die Frage nach der Bedeutung von Unterricht für die Leistungs- und Interessenentwicklung von Schülerinnen und Schülern und die Untersuchung differenzieller Effekte von Unterricht zieht eine Reihe von Anforderungen an das Design einer Studie nach sich, welches nachfolgend beschrieben ist.

Das Design der Untersuchung sah eine Standardisierung der Unterrichtsinhalte während der videografierten Unterrichtsstunden vor, um Vergleiche zwischen verschiedenen Klassen zu ermöglichen. Das erste Unterrichtsmodul widmete sich dem Themengebiet „Einführung in die Satzgruppe des Pythagoras“^d, der Inhalt der zweiten Videoaufnahme bezog sich auf den „Umgang mit Textaufgaben“. Die erfassten Zieldimensionen von Unterricht sind multikriterial konzipiert, d.h. es werden unterschiedliche kognitive, motivationale und affektive Qualitätskriterien berücksichtigt. Dabei wurde die mathematische Kompetenzentwicklung sowohl längsschnittlich über das gesamte Schuljahr als auch mikrogenetisch über die Dauer eines Unterrichtsmoduls erfasst, um Entwicklungen nachzeichnen und Aussagen über die Richtung von Zusammenhängen formulieren zu können. Darüber hinaus wurden verschiedene Einflussvariablen, wie z.B. Intelligenz, soziale Herkunft, Vorwissen sowie motivationale und selbstkonzeptuelle Voraussetzungen, die den Zusammenhang zwischen Unterrichtsmerkmalen und Zieldimensionen des Unterrichts potenziell moderieren können, erhoben und statistisch kontrolliert. Die Zusammenhänge und Wechselwirkungen mit Unterrichtsmerkmalen werden

^d Einen äußerst wertvollen Beitrag bei der Entwicklung der Instrumente für das Pythagorasmodul leistete Dr. Monika Schoy-Lutz im Rahmen ihrer Dissertation.

dabei aufgrund der Mehrebenenstruktur des Datensatzes auf individueller und Klassenebene untersucht. Um die drei von Clausen (2002) konzipierten Wahrnehmungsperspektiven auf Unterricht zu realisieren, wurden neben Leistungstests und Fragebögen für Schülerinnen und Schüler und der videogestützten Unterrichtsbeobachtung auch schriftliche und mündliche Befragungen mit Lehrkräften durchgeführt. Die enge Verzahnung der Perspektiven von Schüler/innen, Lehrkräften und Beobachter/innen auf denselben Unterricht erlaubt systematische Vergleiche zwischen den Datenquellen sowie die Triangulation verschiedener Methoden der Datenerhebung.

Der konkrete Ablauf der Datenerhebung der videogestützten Unterrichtsstudie ist in Abbildung 2 dargestellt. Er gliedert sich in vier Module, die im Lauf des Schuljahres 2002/03 in den Klassen durchgeführt wurden: Eingangsbefragung, Pythagorasmodul, Textaufgabenmodul und Ausgangsbefragung. In der Eingangsbefragung wurden Schüler/innen und Lehrkräfte schriftlich zu relevanten Eingangsvoraussetzungen, Kontextvariablen des Unterrichts und Unterrichtswahrnehmungen befragt. Mittels eines Leistungstests wurden die Leistungsvoraussetzungen zu Beginn des Schuljahres erfasst. Das Pythagoras- und das Textaufgabenmodul bestanden aus drei bzw. zwei videografierten Unterrichtsstunden mit anschließender schriftlicher Nachbefragung der Schülerinnen und Schüler zu den videografierten Stunden. Im Umfeld der videografierten Pythagorasstunden wurden darüber hinaus die auf die Satzgruppe des Pythagoras bezogenen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler in einem Vor- und Nachtest erfasst. Im Rahmen beider Module wurde ein Interview zur Erfassung von subjektiven Theorien mit den Lehrkräften durchgeführt. Die Reihenfolge beider Module konnte von den jeweiligen Lehrpersonen entsprechend ihrer Jahresplanung selbst gewählt werden. Am Ende des Schuljahres wurden Ausgangstests und –fragebögen mit den Schülerinnen und Schülern durchgeführt sowie die Eltern der Schülerinnen und Schüler schriftlich zur ihrer Perspektive hinsichtlich relevanter Variablen befragt.

Der technische Bericht besteht aus drei Bänden, die sich auf folgende im Rahmen der Videostudie eingesetzten Instrumente beziehen: In Band 1 werden die Befragungsinstrumente für Schülerinnen und Schüler, Lehrkräfte und Eltern vorgestellt. Der vorliegende Band 2 bezieht sich auf die Leistungstests für Schülerinnen und Schüler. Band 3 beschreibt das Vorgehen und die Analyseinstrumente im Rahmen der videografierten Unterrichtseinheiten. Die in den drei Bänden dokumentierten Instrumente sind in Abbildung 2 gekennzeichnet und im Anschluss an die Abbildung aufgelistet.

I. Schriftliche Eingangsbefragung (September 02):

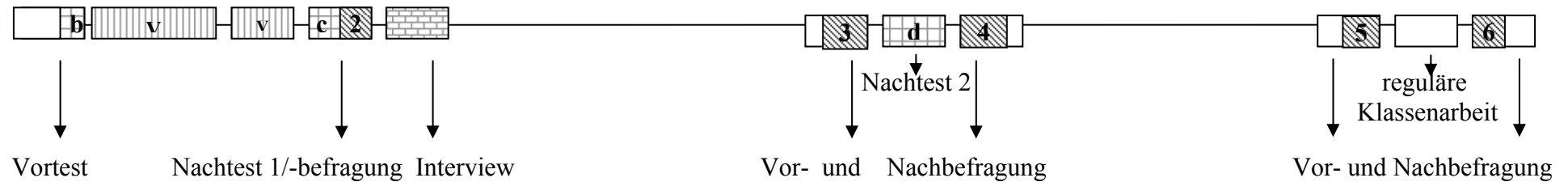
Schüler/innen:



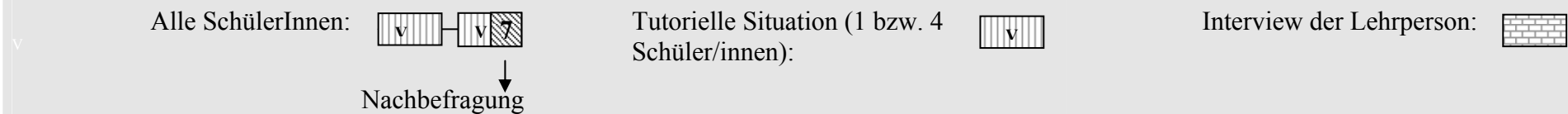
Lehrer/innen:



II. Pythagoras:



III. Textaufgaben:



IV. Schriftliche Abschlussbefragung (Juni 03):

Schüler/innen:



Eltern:



Legende: Videoaufnahmen, schriftliche Befragungen, Tests, Interviews

Abbildung 2: Ablauf der Datenerhebung

Verzeichnis der in Band 1 dargestellten Fragebogenerhebungen:

- 1: Eingangsbefragung
- 2: Zwischenerhebung nach Videoaufnahme Pythagoras
- 3/4: Zwischenerhebung vor und nach Test
- 5/6: Zwischenerhebung vor und nach Prüfung
- 7: Zwischenerhebung nach Videoaufnahme Textaufgaben
- 8: Ausgangsbefragung
- 9: Fragebogen zur Erfassung der Lernstrategien
- 10: Fragebogen für Lehrkräfte
- 11: Fragebogen für Eltern

Verzeichnis der in Band 2 dargestellten Leistungstests:

- a: Eingangstest
- b: Vortest Pythagoras
- c: Nachtest 1 Pythagoras
- d: Nachtest 2 Pythagoras
- e: Abschlusstest

Verzeichnis der in Band 3 dargestellten Instrumente zur Videoanalyse:

(die videografierten Stunden sind in der Grafik mit „V“ gekennzeichnet)

- 1: Kameraskript zum Aufzeichnen von Mathematikunterricht
- 2: Aufbereitung von Videodaten
- 3: Beobachtungs- und Codierungsverfahren:
- 4: Sozialformen des Unterrichts
- 5: Inhaltsbezogene Aktivitäten im Mathematikunterricht
- 6: Funktionen im Lernprozess
- 7: Didaktische Organisation der Schülerarbeitsphasen zur inneren Differenzierung
- 8: Kognitiver Anspruchsgehalt der Aufgaben und der Aufgabenbearbeitungsphasen
- 9: Lehrer- und Schüleräußerungen im Klassengespräch
- 10: Hoch-inferentes Rating zur Erfassung der Unterrichtsqualität
- 11: Leitfadeninterviews zur Erhebung der fachspezifisch-pädagogischen Überzeugungen der Lehrpersonen nach den gefilmten Unterrichtsstunden
- 12: Reflexionsinstrumente für Lehrpersonen im Textaufgabenmodul

2 Das Team

Um den mit Videostudien verbundenen hohen Aufwand organisatorischer und inhaltlicher Art bewältigen zu können, setzt sich das Projektteam in Deutschland und der Schweiz aus Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern unterschiedlicher Fachrichtungen zusammen (Pädagogik, Psychologie, Mathematikdidaktik) und wird von einer großen Gruppe an (studentischem) Hilfspersonal unterstützt. Im Folgenden werden die an der Konzeption und Durchführung beteiligten Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter und Hilfskräfte vorgestellt und gleichzeitig ein Überblick über die im Rahmen einer Videostudie anfallenden Aufgabengebiete gegeben. Dazu sind die Hilfskräfte den Aufgabenbereichen, in denen sie hauptsächlich tätig sind bzw. waren, zugeordnet. Für die wissenschaftlichen Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter wird eine solche Einteilung nicht vorgenommen, da sie zum Großteil an den meisten Aufgabengebieten beteiligt sind bzw. waren.

Projektleitung und wissenschaftliche Mitarbeiter/innen

Projektleitung D
Eckhard Klieme

Projektleitung CH
Kurt Reusser
Christine Pauli

Wissenschaftliche Mitarbeiter/innen D
Frank Lipowsky
Karin Rakoczy
Hermann-Günter Hesse

Wissenschaftliche Mitarbeiter/innen CH
Miriam Leuchter
Barbara Drollinger-Vetter
Isabelle Hugener
Alex Buff
Anita Schaffner
Urs Grob

Hilfskräfte in den verschiedenen Aufgabengebieten

Projektsekretariat / Administrativer Support

Christina Hartmann
Petra Kohler
Jonna Truniger

Michael Stöckli
Philipp Stöckli

Mirjam Kocher
Marzena Kolber

Dateneingabe (Befragungsinstrumente und Leistungstests)

Miriam Kapinus
Marzena Kolber
Daniela Peterhoff
Lorena Kutscheid
Olga Tkalenko

Julia Baulig
Sarah Römisch
Ute Dengel
Claudia Schmidt
Andrea Baulig

Sandra Gathmann
Andrea Bender
Carsten Schmidt
Desirée Hesse
Deniz Selenga

Codierung der Leistungstests

Marzena Kolber
Daniela Peterhoff
Lorena Kutscheid
Olga Tkalenko

Caroline Angenendt
Julia Baulig
Ute Dengel
Andrea Baulig

Sandra Gathmann
Andrea Bender
Carsten Schmidt

Unterstützung bei der Erstellung des technischen Berichts

Miriam Kapinus

Marzena Kolber

Barbara Wespi

Olga Tkalenko

Videografierung

Schulung: Dominik Petko

Rahim Sadeghi
Andreas Stäuble

Miriam Kapinus
Sarah Römisch

Carsten Schmidt

Videobearbeitung

Elieser Engel
Micha Hausmann
Mirjam Kocher
Michael Stöckli
Philipp Stöckli

Daniela Peterhoff
Miriam Kapinus
Marzena Kolber
Lorena Kutscheid
Olga Tkalenko

Julia Baulig
Ute Dengel
Andrea Baulig
Sandra Gathmann

Transkription

Sarah Abdul
Louise Bartels
Julia Bohdanowicz
Jorgos Brouzos
Marc Caduff
Daniela Di Biase
Elieser Engel
Martin Gehrig
Micha Hausmann
Andrea Hinnen

Theo Jäger
Daniela Knüsel
Mirjam Kocher
Pascal Kocher
Marcel Koller
Christoph Ladurner
Bartholomew Majorek
Isabelle Monferrini
Georg Munz
Lisa Munz

Nadine Roth
Claudia Lena Schnetzler
Michael Stöckli
Philipp Stöckli
Niklaus Trottmann
Dimitri von Reding
Barbara Wespi
Michaela Zürcher

Videoanalyse

Regina Suhner
Barbara Wespi
Cornelia Klaiss
Agnes Schnyder
Manuela Haas
Evelyne Blumer

Barbara Petermann
Esther Ruckstuhl
Karin Sommer
Kathrin Krammer
Miriam Kapinus
Daniela Peterhoff

Olga Tkalenko
Sandra Hermann
Verena Walther
Caroline Angenendt
Ulrike Kirmse

3 Erläuterungen zum vorliegenden Band 2 der Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente

3.1 Einbettung der Leistungstests in das längsschnittliche und mikrogenetische Design der Studie

Im vorliegenden zweiten Band werden die im Rahmen der Studie eingesetzten Leistungstests und die dazugehörigen Codieranweisungen dokumentiert und statistische Kennwerte der Items und Skalen vorgestellt. Um den Umgang mit der Dokumentation der Instrumente zu erleichtern, werden der Dokumentation zunächst einige allgemeine Bemerkungen zum Vorgehen und zur Struktur des Handbuchs vorangestellt.

Im Rahmen der Studie wurden insgesamt fünf Leistungstests eingesetzt (vgl. Abb. 2). Diese dienten zum einen der **längsschnittlichen** Ermittlung der Leistungsentwicklung der Lernenden über ein gesamtes Schuljahr, zum anderen der **mikrogenetischen** Erfassung der Leistungsentwicklung im Rahmen der Unterrichtseinheit zur Einführung in die Satzgruppe des Pythagoras.

Das *längsschnittliche* Design sah einen Eingangstest zu Beginn und einen Ausgangstest am Ende des Schuljahrs vor (vgl. Tests a und e in Abb. 2). In beide Tests wurden Aufgaben aus dem PISA- und dem TIMSS-Itempool einbezogen. Eine Verankerung unserer Stichprobe in der PISA-Stichprobe war aufgrund der geringen Anzahl an verwendeten PISA-Aufgaben nicht möglich.

Das *mikrogenetische Design* bestand aus zwei videographierten Unterrichtseinheiten: einer dreistündigen Einführung in die Satzgruppe des Pythagoras und einer zweistündigen Unterrichtseinheit zum Thema „Textaufgaben“. Im Rahmen der Unterrichtseinheit zur Einführung in die Satzgruppe des Pythagoras wurden drei Leistungstests eingesetzt: Ein unmittelbarer Vortest vor Beginn der Unterrichtseinheit diente der Erfassung des inhaltspezifischen Vorwissens der Schülerinnen und Schüler (vgl. Test b in Abb. 2). Unmittelbar nach den drei videografierten Unterrichtsstunden wurde der Nachtest 1 (vgl. Test c in Abb. 2) durchgeführt. Der Nachtest 2 (vgl. Test d in Abb. 2) wurde nach Abschluss der gesamten Unterrichtseinheit zur Satzgruppe des Pythagoras eingesetzt, um die innerhalb der gesamten Unterrichtseinheit erworbenen Fähigkeiten und Fertigkeiten zu ermitteln und um zu untersuchen, inwieweit die Leistungsentwicklung im Rahmen der drei videografierten Unterrichtsstunden mit der Leistungsentwicklung im Rahmen der gesamten Unterrichtseinheit korrespondiert.

Die gesamte Unterrichtseinheit zur Satzgruppe des Pythagoras dauerte in den Klassen unterschiedlich lang und erstreckte sich durchschnittlich auf einen Zeitraum von etwa 3-4 Wochen.

Die Tests, die im Rahmen unserer Untersuchung zum Einsatz gelangten, waren so konstruiert, dass sie unterschiedliche Bereiche mathematischer Kompetenz erfassten. Wir unterschieden beispielsweise zwischen Items, die der Erfassung des Beweisverständnisses, der Anwendungsfähigkeiten und des konzeptuellen Verständnisses der Schülerinnen und Schüler dienten.

Sämtliche Tests enthielten unterschiedliche Items. Streng genommen lässt sich bei regressionsanalytischen Modellen somit nicht von „Leistungszuwachs“ sprechen, sondern nur von der Erklärung des Leistungsstands zu einem bestimmten Messzeitpunkt nach Kontrolle des allgemeinen bzw. inhaltsbezogenen Vorwissens.

Im Rahmen der Unterrichtseinheit zum Thema „Textaufgaben mit zwei unbekannten Variablen“ wurden keine Leistungstests eingesetzt, da sich hier aus unserer Sicht nicht ohne weiteres ein curriculumvalider spezifischer Test konstruieren ließ.

3.2 Anwendung der Item-Response-Theorie zur Skalierung der Leistungsdaten

Bei der Skalierung der Daten stützten wir uns auf die Item-Response-Theorie (IRT) und die klassische Testtheorie. Ausgehend von unseren theoretischen Annahmen wurde jeweils eine bestimmte faktorielle Lösung vorgegeben. Unter Nutzung der Item-Response-Theorie (IRT) und der klassischen Testtheorie wurden die psychometrischen Eigenschaften der Skalen und der einzelnen Aufgaben untersucht. In der Regel führten beide Analyseverfahren zu vergleichbaren Ergebnissen. In diesem Bericht werden jedoch aus Platzgründen nur die Ergebnisse der Raschskalierungen dargestellt.

Als Ergebnisse der Skalenlösungen werden die Itemschwierigkeiten (Spalten: „Häufigkeit in %“ und „p50%“), die Trennschärfe der Items (Spalte: „rpb“) sowie die gewichteten Modellanpassungswerte (Spalte: „MNSQ, Mean Squares“) angegeben.

Die Zahl in der Spalte „Häufigkeit in %“ mit der Ausprägung 1 gibt an, wie viel Prozent der Schülerinnen und Schüler der gesamten Stichprobe das jeweilige dichotome Item richtig gelöst haben. Der Itemparameter „p50%“ indiziert die aus der Raschskalierung resultierende Itemschwierigkeit und bezeichnet die Position auf der Merkmalsskala, an der die Lösungswahrscheinlichkeit des Items 50% beträgt. Der Nullpunkt dieser Skala liegt bei der mittleren Fähigkeit der untersuchten Schüler. Werte kleiner als Null sind ein Indikator für leichte Aufgaben, Werte größer Null ein Indikator für schwere Aufgaben. Die Zahl in der Spalte „rpb“

mit der Ausprägung 1 gibt die Trennschärfe eines Items an. Sie wird hier als punktbiseriale Korrelation zwischen der richtigen Lösung des Items und dem Gesamtscore der Skala angegeben. Die Trennschärfe eines Items verweist darauf, inwieweit das Testergebnis auf der gesamten Skala durch die Beantwortung des jeweiligen Items vorhersagbar ist und damit gute von schwächeren Schülern und Schülerinnen trennt. Grundsätzlich gilt: Je höher die Trennschärfe eines Items, desto besser.

Die MNSQ-Werte geben an, wie gut die Daten zum theoretischen Messmodell passen. Eine ideale Modellanpassung indizieren Items mit dem Wert 1. Fitwerte, die deutlich größer als 1 sind, weisen auf eine schlechte Anpassung, Werte deutlich kleiner als 1 auf eine „zu gute“ Anpassung, d.h. auf eine überdurchschnittlich hohe Trennschärfe hin. Die Fitwerte sollten zwischen 0.5 und 1.5 liegen (vgl. Bond & Fox, 2001; Linacre, 2002), in PISA-2000 gelten Fit-Indizes zwischen 0.8 und 1.2 als messmethodisch akzeptabel. Auch bei unseren Leistungstests haben wir uns an den MNSQ-Grenzen von 0.8 und 1.2 orientiert.

Für jede Raschskala sind zudem die Reliabilität als derjenige Teil der Stichprobenvarianz angegeben, der nicht auf Messfehler zurückgeht, sowie die Varianz der Personenparameter angegeben. Der ausgegebene Reliabilitätsparameter kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen und ist mit Cronbachs Alpha vergleichbar (vgl. Rost, 2004). Die Varianz der Personenparameter gibt einen Hinweis auf die Trennschärfe der Items und auf die Messgenauigkeit des Tests. Werte, die deutlich kleiner als 1 sind, werden als problematisch betrachtet.

3.3 Aufbau der Skalendokumentation

Die Testitems und die dazugehörigen Skalen werden jeweils in einem separaten Kapitel dokumentiert. Zunächst werden dabei die jeweiligen Skalenlösungen vorgestellt. Im Anschluss daran werden die Items und die dazugehörigen Codieranweisungen in gekürzter Form präsentiert. Die Lösungswege der Schülerinnen und Schüler wurden zwar auch kategorisiert, die entsprechenden Daten werden aber aus Platzgründen hier nicht dargestellt.

Anknüpfend an unsere theoretischen Annahmen werden zunächst die mehrdimensionalen Faktorenlösungen dargestellt. Beim Eingangstest, beim Pythagorasvortest und beim Pythagorasnachttest 1 erreichten auch die zusammengefassten Skalen ausreichende Reliabilitäten und werden daher ebenfalls abgebildet.

Am Ende der Darstellung der Dimensionen werden die Korrelationen zwischen den jeweiligen Dimensionen aufgeführt.

3.4 Aufgabenauswahl

Eine Reihe der Aufgaben, vor allem im Eingangs- und Ausgangstest, stammt aus dem PISA-Itempool und aus der BIJU-Studie. Dankenswerterweise erhielten wir die Genehmigung zur Verwendung der Aufgaben. Die Aufgaben, die wir in den Leistungstests im Rahmen des Pythagorasmoduls einsetzten, wurden im Wesentlichen durch das eigene Forschungsteam entwickelt. Explizit wird bei der Dokumentation der einzelnen Aufgaben auf die jeweilige Quelle hingewiesen.

Die ausgewählten Aufgaben wurden allen Schülerinnen und Schülern gestellt. Lediglich beim Abschlusstest mussten wir hiervon eine Ausnahme machen: Im Vorfeld des Abschlusstests am Ende des Schuljahres (vgl. Test e in Abb. 2) befragten wir die Lehrpersonen danach, ob sie die aus der Presse bekannte so genannte „Apfelaufgabe“ bereits mit ihren Schülerinnen und Schülern bearbeitet hatten. Da tatsächlich eine Klasse diese „Apfelaufgabe“ kannte, erhielt diese Klasse statt dessen zwei Ersatzaufgaben, die ebenfalls aus dem PISA-Item Pool stammten und die hinsichtlich der Schwierigkeit und des Umfangs zusammen in etwa mit der Apfelaufgabe vergleichbar waren. Durch die Anwendung der IRT war es dennoch möglich, jeden/allen Schülern dieser Klasse einen Wert zuzuordnen, der mit den Werten der anderen Schüler der anderen Klassen vergleichbar war.

3.5 Codierung der Schülerlösungen und Interraterreliabilität

Bei der Codierung der Lösungen der PISA- und BIJU-Aufgaben übernahmen wir die bereits vorhandenen Codieranweisungen des PISA- bzw. BIJU-Teams (vgl. Baumert et al., 1997; Deutsches PISA-Konsortium, 2000).

Bei den übrigen Aufgaben wurde wie folgt vorgegangen: Die vorhandenen Schülerantworten wurden Aufgabe für Aufgabe von wissenschaftlichen Hilfskräften ausgewertet, die für diese Tätigkeit geschult wurden. Zunächst wurde vom Forschungsteam auf der Basis der Schülerlösungen aus mehreren Klassen^e ein Codebuch entwickelt. Hierzu wurden die Aufgabenlösungen klassifiziert und besonders häufig auftretende Antworten zu einer Lösungskategorie zusammengefasst, der jeweils ein bestimmter Code zugeordnet wurde. Im Codebuch wurden die unterschiedlichen Lösungskategorien genauer beschrieben und dargestellt. Unter Verwendung dieses Codebuchs wurde daraufhin mit mindestens zwei Ratern für jede Aufgabe ein mehrstündiges Training durchgeführt. Anschließend beurteilten die Rater

^e Dabei wurde darauf geachtet, dass die Klassen aus Deutschland und der Schweiz und aus beiden Schularten stammten.

unabhängig voneinander die Schülerlösungen aus mindestens drei Klassen. Am Ende dieser Phase wurde die Beurteilerübereinstimmung ermittelt. Lag der Wert für Kappa über $\kappa > .70$, so arbeiteten die Beurteiler separat weiter, lag der Wert unter $.70$, so bildeten die Abweichungen der beiden Rater den Ausgangspunkt für eine Fortsetzung des Trainings. In der Regel lagen die Übereinstimmungen deutlich über $\kappa = .70$, der Median aller Übereinstimmungsprüfungen betrug $\kappa = .85$, der niedrigste Wert betrug $\kappa = .73$.

Bei der Recodierung der Rohdaten in Punkte wurden nicht bearbeitete Aufgaben (Code 99) mit 0 Punkten bewertet. War ein Schüler am Erhebungstag nicht anwesend, so wurde der Test nicht gewertet (Code 95). Der Code 99 steht also für „einzelne Aufgabe nicht bearbeitet“, der Code „95“ für „gesamten Test nicht bearbeitet“.

In einem nächsten Schritt wurden die Lösungskategorien in ein dichotomes Antwortformat „0 = falsch, gar nicht oder unvollständig gelöst“ oder „1 = vollständig und richtig/korrekt gelöst“ überführt. Die dargestellten Skalen beruhen im Wesentlichen auf diesen dichotomen Variablen (auf Abweichungen wird separat verwiesen). Für weitere Auswertungen können die differenzierten Codes herangezogen werden. In Verbindung mit den kategorisierten, hier aber nicht dargestellten Lösungswegen der Lernenden ist es möglich, die Leistungsdaten noch differenzierter auszuwerten.

Zu berücksichtigen ist, dass eine Aufgabe aus verschiedenen Items bestehen kann (z.B. Aufgabe 3 des Vortests).

4 Eingangstest

4.1 Dreidimensionale Lösung

4.1.1 Basisfähigkeiten

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Eingangstest
Insgesamt einbezogene Items:	ein_1 ein_2 ein_3 ein_4 ein_5 ein_6 ein_7 ein_8 ein_9 ein_10a ein_10b ein_10c ein_11a2 ein_11a3 ein_11b1 ein_11b2 ein_11b3 ein_11c1 ein_11c2 ein_11c3
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Basisfähigkeiten / Beweisverständnis / Anwendungsfähigkeiten
Ausgeschlossene Items:	ein_11d1

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
ein_1	Rechteck	907	12,8	87,2	-0,34	0,34	-2,24	0,95
ein_2	Winkelsumme im Dreieck	907	10,5	89,5	-0,31	0,31	-2,49	0,94
ein_3	Dreieck	907	40,2	59,8	-0,31	0,31	-0,47	1,07
ein_4	Uhr	907	30,2	69,8	-0,38	0,38	-1,00	1,03
ein_6	Dreieck zeichnen	907	42,6	57,4	-0,46	0,46	-0,36	0,98
ein_8	Winkel bestimmen	907	19,1	80,9	-0,37	0,37	-1,70	0,95
ein_10a	Scheitelwinkel	907	66,8	33,2	-0,37	0,37	0,84	1,03
Skala: etr_3baswle M = -0,52; STD = 1,28					Reliabilität: 0,63 Varianz: 0,95			

4.1.2 Beweisverständnis

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Eingangstest
Insgesamt einbezogene Items:	ein_1 ein_2 ein_3 ein_4 ein_5 ein_6 ein_7 ein_8 ein_9 ein_10a ein_10b ein_10c ein_11a2 ein_11a3 ein_11b1 ein_11b2 ein_11b3 ein_11c1 ein_11c2 ein_11c3
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Basisfähigkeiten / Beweisverständnis / Anwendungsfähigkeiten
Ausgeschlossene Items:	ein_11d1

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
ein_10b	Scheitelwinkel	907	71,6	28,5	-0,49	0,49	1,18	0,96
ein_10c		907	67,0	33,0	-0,52	0,52	0,91	1,01
ein_11a2	Beweise beurteilen	907	72,0	28,0	-0,28	0,28	1,21	1,18
ein_11a3		907	72,1	27,9	-0,17	0,17	1,21	1,28
ein_11b1		907	26,5	73,5	-0,53	0,53	-1,30	0,90
ein_11b2		907	40,0	60,0	-0,58	0,58	-0,51	0,87
ein_11b3		907	43,6	56,5	-0,48	0,48	-0,33	0,98
ein_11c1		907	30,8	69,2	-0,51	0,51	-1,03	0,93
ein_11c2		907	42,0	58,0	-0,54	0,54	-0,41	0,93
ein_11c3		907	42,1	57,9	-0,48	0,48	-0,40	1,00
Skala: etr_3bewwle M = -0,01; STD = 1,39				Reliabilität: 0,74 Varianz: 1,45				

4.1.3 Anwendungsfähigkeiten

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Eingangstest
Insgesamt einbezogene Items:	ein_1 ein_2 ein_3 ein_4 ein_5 ein_6 ein_7 ein_8 ein_9 ein_10a ein_10b ein_10c ein_11a2 ein_11a3 ein_11b1 ein_11b2 ein_11b3 ein_11c1 ein_11c2 ein_11c3
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Basisfähigkeiten / Beweisverständnis / Anwendungsfähigkeiten
Ausgeschlossene Items:	ein_11d1

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in %		rpb		p50%	Fit (MSQ)
			Bewertungsstufen		Bewertungsstufen			
			0	1	0	1		
ein_5	Silberplatte	907	37,8	62,2	-0,44	0,44	-0,66	0,98
ein_7	Pfad	907	71,7	28,3	-0,34	0,34	1,23	1,06
ein_9	Seitenhalbierende	907	62,1	37,9	-0,43	0,43	0,66	1,02
Skala: etr_3anw				Reliabilität: 0,58				
M = 0,09; STD = 1,47				Varianz: 1,72				

Korrelationen zwischen den Dimensionen:

Dimension	Basiskompetenzen	Beweisfähigkeiten
Beweisfähigkeiten	0,36	
Anwendungsfähigkeiten	0,33	0,29

4.2 Eindimensionale Lösung

4.2.1 Allgemeines Vorwissen

Quelle:	siehe jeweilige Aufgabe
Instrument:	Eingangstest
Insgesamt einbezogene Items:	ein_1 ein_2 ein_3 ein_4 ein_5 ein_6 ein_7 ein_8 ein_9 ein_10a
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Allgemeines Vorwissen

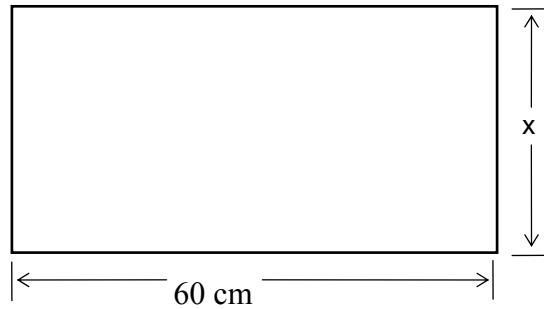
Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in %		rpb		p50%	Fit (MSQ)
			Bewertungsstufen 0	Bewertungsstufen 1	Bewertungsstufen 0	Bewertungsstufen 1		
ein_1	Rechteck	907	12,8	87,2	-0,43	0,43	-2,23	1,01
ein_2	Winkelsumme im Dreieck	907	10,5	89,5	-0,37	0,37	-2,48	1,04
ein_3	Dreieck	907	40,2	59,8	-0,43	0,43	-0,47	1,08
ein_4	Uhr	907	30,2	69,8	-0,51	0,51	-0,99	1,04
ein_5	Silberplatte	907	37,8	62,2	-0,52	0,52	-0,59	1,01
ein_6	Dreieck zeichnen	907	42,6	57,4	-0,51	0,51	-0,36	1,03
ein_7	Pfad	907	71,7	28,3	-0,46	0,46	1,10	0,96
ein_8	Winkel bestimmen	907	19,1	80,9	-0,46	0,46	-1,70	0,96
ein_9	Seitenhalbie- rende	907	62,1	37,9	-0,54	0,54	0,59	0,99
ein_10a	Scheitelwinkel	907	66,8	33,2	-0,44	0,44	0,83	1,03
Skala: etr_1wle M = -0,01; STD = 1,22					Reliabilität: 0,60 Varianz: 0,92			

4.3 Aufgaben des Eingangstests

Aufgabe ein_1: Rechteck

Quelle: Kunter et al. (2000)

1. Wie groß ist die Breite des Rechtecks, wenn der Flächeninhalt 2400 cm^2 beträgt?



(Abbildung nicht maßgenau)

Lösung: _____

Codieranweisung		
ein_1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	40 cm oder 40
falsch oder unvollständig gelöst	2	40 mit falscher Einheit ^f
	3	4 oder 400 (mit oder ohne Einheit)
	4	3,0 – 3,2; 30 - 32 (offenbar gemessen)
	5	144 000
	8	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

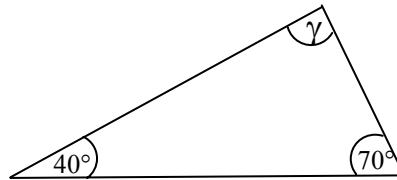
^f Diese Codierung erfolgte in Anlehnung an die PISA-Codiervorschriften.

Aufgabe ein_2: Winkelsumme im Dreieck

Quelle: Kunter et al. (2000)

2. Bestimme die fehlende Winkelgröße!

- ☐ 60°
☐ 30°
☐ 110°
☐ 70°
☐ 90°



Codieranweisung		
ein_2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	4	70°
falsch oder unvollständig gelöst	1	60°
	2	30°
	3	110°
	5	90°
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz oder eigene falsche Lösung
	99	die gesamte Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_3: Dreieck

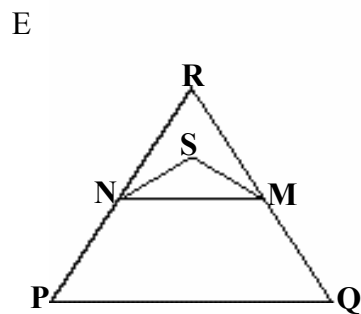
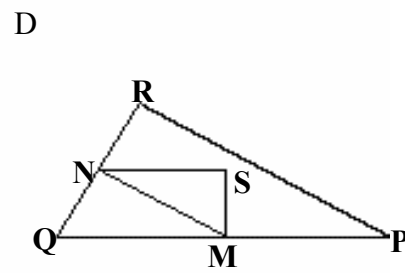
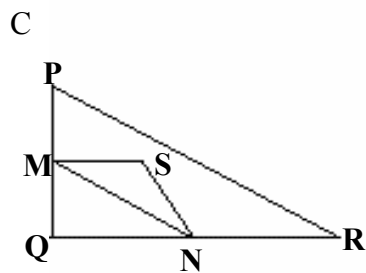
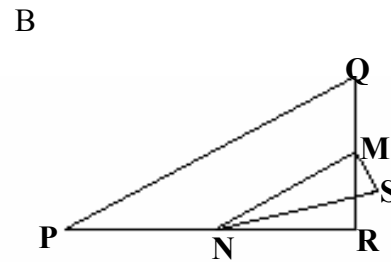
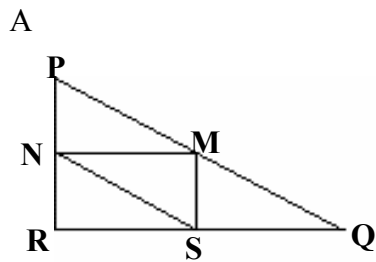
Quelle: OECD (2000)

3. Kreise die Figur ein, die zur folgenden Beschreibung passt.

Das Dreieck PQR hat einen rechten Winkel in R. Die Strecke \overline{RQ} ist kürzer als die Strecke \overline{PR} .

M ist Mittelpunkt der Strecke \overline{PQ} und N ist Mittelpunkt der Strecke \overline{QR} .

S ist ein Punkt im Inneren des Dreiecks. Die Strecke \overline{MN} ist länger als die Strecke \overline{MS} .



Codieranweisung		
ein_3	Code	Bedeutung
richtig gelöst	4	D
falsch oder unvollständig gelöst	1	A
	2	B
	3	C
	5	E
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz oder eigene falsche Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_4: Uhr

Quelle: Kunter et al. (2000)

4. Es ist 16.00 Uhr. Gib die Größe des kleineren Winkels an, den die beiden Zeiger bilden!



Lösung: _____

Codieranweisung		
ein_4	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	120° oder 120
falsch oder unvollständig gelöst	2	120 mit falscher Einheit
	3	60°, 60 oder 60 mit falscher Einheit
	4	55°-59°/61°-65°/115°-119°/121°-125° (offensichtlich gemessen)
	5	95°, 240° (auch ohne Gradsymbol)
	6	narrative Lösungen: z.B. „stumpfer Winkel“, „spitzer Winkel“, „rechter Winkel“ o.ä.
	7	20 Minuten oder 20 Grad, 4 Stunden oder andere Zeitangaben
	8	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_5: Silberplatte

Quelle: Kunter et al. (2000)

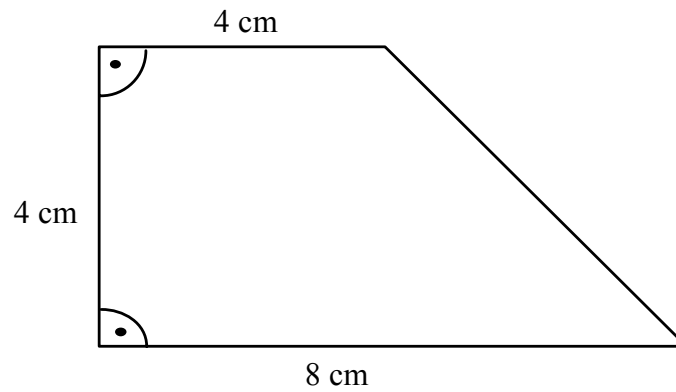
5. Eine Silberplatte hat die Form und die Ausmaße, wie sie in dem Bild dargestellt sind. Wie groß ist ihre Fläche in cm^2 ?

☐ 24

☐ 16

☐ 32

☐ 64

☐ 96


(Abbildung nicht maßgenau)

Codieranweisung		
ein_5	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	24
falsch oder unvollständig gelöst	2	16
	3	32
	4	64
	5	96
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz oder eigene falsche Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_6: Dreieck zeichnen

Quelle: Kunter et al. (2000)

6. Zeichne ein Dreieck ABC mit folgenden Stücken:

$$\overline{BC} = a = 4,0 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = b = 3,0 \text{ cm}$$

$$\angle ACB = \gamma = 60^\circ$$

Gib die Länge der Seite $\overline{AB} = c$ an!

Lösung: _____

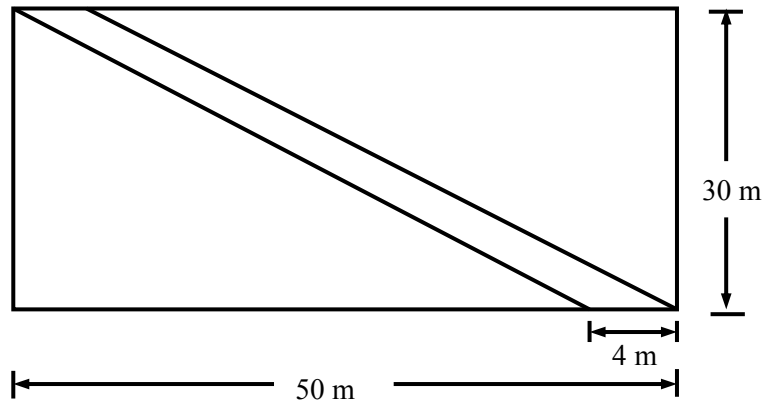
Codieranweisung		
ein_6	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	korrekte Lösung: korrekte Zeichnung inkl. Bezeichnungen, korrekte Längenangabe (korrekte Lösung: 3,6 cm) (Abweichung von 5° bei Winkeln und 0,2 cm bei Strecken werden akzeptiert)
	2	korrekte Lösung incl. Zeichnung, aber eine oder mehrere Bezeichnungen fehlen
falsch oder unvollständig gelöst	3	zu ungenaue, falsche Zeichnung (bzw. Konstruktion) oder lediglich Skizze
	0	keine Zeichnung/Skizze oder sehr unvollständige Skizze (offene Figur)
	99	die gesamte Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_7: Pfad

Quelle: Baumert et al. (1998)

7. Wie aus der Skizze ersichtlich ist, verläuft ein Pfad diagonal durch das rechteckige Feld.

Berechne die Fläche des Feldes **ohne** den Pfad. Notiere deinen Lösungsweg!



(Abbildung nicht maßgenau)

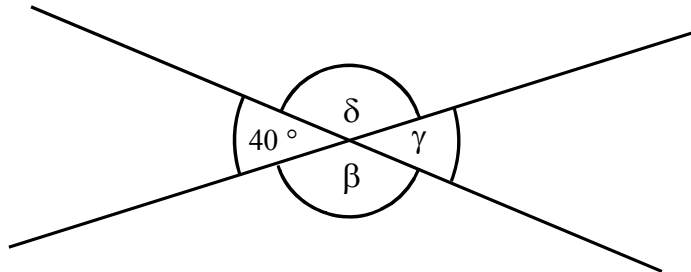
Lösung: _____

Codieranweisung		
ein_7	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	1380 m ² oder 1380
falsch oder unvollständig gelöst	2	1380 mit falscher Einheit
	3	138 oder 138 m ²
	4	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_8: Winkel bestimmen

Quelle: Reiss, Hellmich & Thomas (2002)

8. Berechne die fehlenden Winkel!



Lösung: _____

Codieranweisung		
ein_8	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$\beta = 140^\circ$, $\delta = 140^\circ$, $\gamma = 40^\circ$ (alle Winkel werden richtig bestimmt)
	5	Winkel werden alle richtig bestimmt, jedoch ohne Winkelbezeichnung, z.B. 40° , 140° , 140°
falsch oder unvollständig gelöst	2	nur ein Winkel wird richtig bestimmt
	3	nur zwei Winkel werden richtig bestimmt
	4	kein Winkel wird richtig bestimmt
	8	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_9: Seitenhalbierende

Quelle: Kunert et al. (2000)

9. Dreieck ABC ist rechtwinklig-gleichschenkelig mit dem rechten Winkel bei C . Falls \overline{CE} eine Seitenhalbierende des Dreiecks ist, dann hat \overline{CE} die gleiche Länge wie:

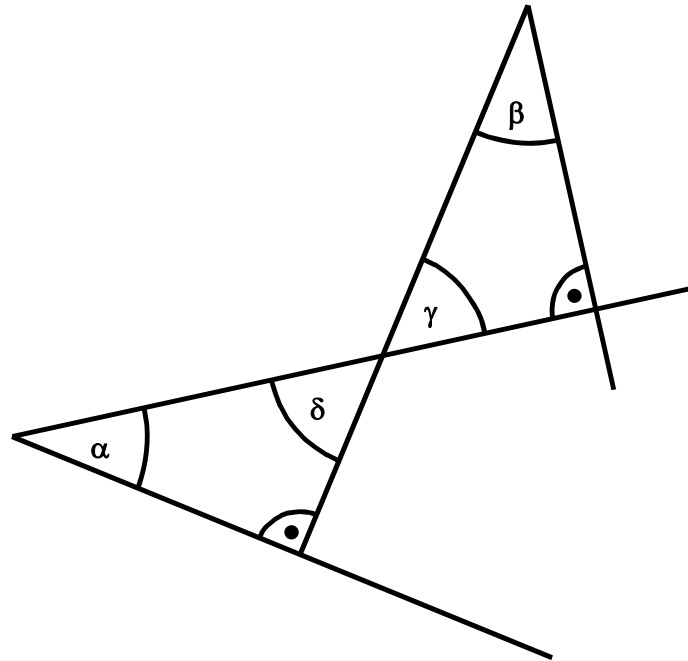
- ☐ \overline{CA}
☐ \overline{CB}
☐ \overline{AB}
☐ \overline{AE}

Codieranweisung		
ein_9	Code	Bedeutung
richtig gelöst	4	\overline{AE}
falsch gelöst	1	\overline{CA}
	2	\overline{CB}
	3	\overline{AB}
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_10a, b, c: Scheitelwinkel

Quelle: Healy & Hoyles (1998)

10. Betrachte die folgende Figur!



Begründe!

(ein_10a) $\delta = \gamma$

Begründung:

(ein_10b) $\alpha + \delta = \beta + \gamma$

Begründung:

(ein_10c) $\alpha = \beta$

Begründung:

Codieranweisung		
ein_10a	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	„Scheitelwinkel sind gleich groß“; „Scheitelwinkel“ wird genannt
	2	„gegenüberliegende Winkel sind gleich groß“; „weil beide Winkel gegenüber liegen“
	7	andere richtige Begründungen oder Schülerantworten mit richtigen Ansätzen, auch wenn mathematisch nicht ganz korrekt formuliert
falsch oder unvollständig gelöst	3	falsches Begriffsverständnis bzw. falsche Begriffsbezeichnung: falsche Begriffe wie „Wechselwinkel“, „Stufenwinkel“, „Nebenwinkel“, „spitzer Winkel“ o.ä. werden genannt
	4	unvollständige Antwort, z.B. „gegenüber“; wenn nur ein Wort als Begründung genannt wird; „weil die Geraden sich bei diesen Winkeln schneiden“; „weil es in beiden Dreiecken einen rechten Winkel hat“
	5	zirkuläre Begründung: „weil sie den gleichen Winkel haben“
	6	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	„weiß nicht“, Fragezeichen etc. bzw. es wurde nur die Spiegelachse, ohne narrativen Kommentar, eingezeichnet
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Einige Schülerinnen und Schüler haben die Aufgaben ein_10b und ein_10c in einem Schritt oder erst ein_10c und dann ein_10b gelöst. In beiden Fällen wurden die Schülerantworten zusammen codiert. Die Schüler erhielten auf beiden Items dann den gleichen Code.

Die beiden Aufgaben ein_10b und ein_10c wurden auch dann zusammen codiert, wenn die Begründungen für ein_10b und ein_10c gleich waren (z.B. Häkchen, „ist einfach so“). In allen anderen Fällen wurden die Begründungen getrennt codiert.

Anweisung für Zusammencodierung		
ein_10bc	Code (zweistellig)	Bedeutung
korrekte Begründungen	11	„Winkelsumme im Dreieck ist 180° “ wird genannt und aus zusätzlicher Begründung ist erschießbar, dass der Schüler/die Schülerin erkannt hat, dass es ausreichend ist, die Übereinstimmung zweier Winkel nachzuweisen; Antworten können narrativ oder symbolisch erfolgen Narratives Beispiel: „Winkelsumme im Dreieck ist 180° . Und weil $\delta = \gamma$ und weil es in beiden Dreiecken zusätzlich einen rechten Winkel gibt, müssen auch die beiden anderen Winkel gleich groß sein; deshalb gilt c) und damit auch b)“
	12	„Winkelsumme im Dreieck ist 180° “ wird vorausgesetzt und nicht explizit formuliert, z.B.: „wenn zwei Winkel in zwei Dreiecken paarweise übereinstimmen, muss auch der dritte Winkel gleich sein“
	13	andere richtige Begründungen oder Schülerantworten mit richtigen Ansätzen, auch wenn mathematisch nicht ganz korrekt formuliert
falsche oder unvollständige Lösungswege	21	Begründung durch Messen/Zeichnen oder durch visuelle Schlussfolgerungen: z.B. „weil es dieselben Dreiecke sind“
	22	lückenhafte Argumentationskette oder unklare Formulierungen
	23	zirkuläre Argumentationskette oder Tautologie: eine zu beweisende Behauptung wird vorausgesetzt, z.B. „weil beide Dreiecke die gleichen Winkel haben“
	24	Anforderung offenbar nicht verstanden: Häkchen an jeder Teilaufgabe
	25	falsche Schlussfolgerungen; Schlussfolgerungen, die auf falschen Annahmen beruhen, oder eine andere Behauptung als die formulierte wird begründet. Beispiel: „da in jedem Dreieck ein Winkel 90° ist, muss jeder der beiden übrigen Winkel 45° groß sein“
	26	andere falsche Lösungen
	99	sowohl (ein_10b) als auch (ein_10c) nicht bearbeitet; keine Bemerkung und keine Skizze, z.B. Fragezeichen
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Die folgenden Codes beziehen sich auf die Getrenntcodierung.

Anweisung für Getrenntcodierung		
ein_10b	Code (zweistellig)	Bedeutung
korrekte Begründungen	11	Beide notwendigen Merkmale „Winkelsumme im Dreieck ist 180° “ und „weil beide Dreiecke rechtwinklig sind“ bzw. „weil beide Dreiecke einen gleich großen Winkel haben“ werden genannt. Beispiel: „weil die Winkelsumme im Dreieck 180° ist und weil in beiden Dreiecken ein rechter Winkel ist, müssen sich die beiden übrigen Winkel α und δ sowie β und γ zu 90° ergänzen“
	12	Winkelsumme im Dreieck ist 180° wird vorausgesetzt und nicht explizit formuliert. Beispiel: „weil in beiden Dreiecken ein rechter Winkel ist und sich α und δ bzw. β und γ zu 90° ergänzen müssen“
	13	andere richtige Begründungen oder Schülerantworten mit richtigen Ansätzen, auch wenn mathematisch nicht ganz korrekt formuliert
falsche oder unvollständige Begründungen	21	Begründung durch Messen/Zeichnen oder durch visuelle Schlussfolgerungen: z.B. „weil es dieselben Dreiecke sind“
	22	lückenhafte Argumentationskette oder unklare Formulierungen
	23	zirkuläre Argumentationskette oder Tautologie: eine zu beweisende Behauptung wird vorausgesetzt, z.B. „weil α und δ den gleichen Winkel haben wie β und γ “
	24	Anforderung offenbar nicht verstanden: Häkchen an jeder Teilaufgabe
	25	falsche Schlussfolgerungen; Schlussfolgerungen, die auf falschen Annahmen beruhen, oder eine andere Behauptung als die formulierte wird begründet. Beispiel: „da in jedem Dreieck ein Winkel 90° ist, muss jeder der beiden übrigen Winkel 45° groß sein“
	26	andere falsche Lösungen
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Fortsetzung: Anweisung für Getrenntcodierung		
ein_10c	Code (zweistellig)	Bedeutung
korrekte Begründungen	11	„Winkelsumme im Dreieck“ wird erwähnt und Schüler/Schülerin erläutert Winkelgleichheit übriger Winkel. Beispiel: „weil $\delta = \gamma$ ist und weil in beiden Dreiecken ein rechter Winkel ist und da die Winkelsumme im Dreieck 180 Grad ist, müssen auch die beiden übrigen Winkel α und β übereinstimmen“
	12	„Winkelsumme im Dreieck ist 180°“ wird vorausgesetzt und nicht explizit formuliert. Beispiel: „weil $\delta = \gamma$ und weil in beiden Dreiecken ein rechter Winkel ist, müssen auch die beiden übrigen Winkel α und β gleich sein“
	13	andere richtige Begründungen oder Schülerantworten mit richtigen Ansätzen, auch wenn mathematisch nicht ganz korrekt formuliert
	14	„ökonomische Lösung“: formale Begründung unter Berücksichtigung bisheriger Begründungsschritte, z.B. „weil (1) und (2) gilt, muss auch (3) gelten“
falsche oder unvollständige Begründungen	21	Begründung durch Messen/Zeichnen oder durch visuelle Schlussfolgerungen: z.B. „weil es dieselben Dreiecke sind“
	22	lückenhafte Argumentationskette oder unklare Formulierungen. Beispiel: „weil bei beiden Dreiecken ein rechter Winkel dabei ist“
	23	zirkuläre Argumentationskette oder Tautologie: eine zu beweisende Behauptung wird vorausgesetzt. Beispiel: „weil α den gleichen Winkel hat wie β “
	24	Anforderung offenbar nicht verstanden: Häkchen an jeder Teilaufgabe
	25	falsche Schlussfolgerungen, Schlussfolgerungen, die auf falschen Annahmen beruhen oder eine andere Behauptung als die formulierte wird begründet. Beispiel: „da in jedem Dreieck ein Winkel 90° ist, muss jeder der beiden übrigen Winkel 45° groß sein“
	26	andere falsche Lösungen
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgaben ein_11a2-3, ein_11b1-3, ein_11c1-3, ein_11d1: Winkelsumme im Dreieck

Quelle: Reiss (2003)

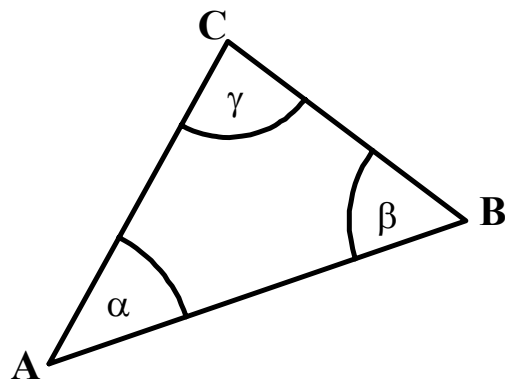
Das Aufgabenformat wurde aus der Studie von Healy und Hoyles (1998) übernommen.

- 11. Frank, Jens, Sylvia und Meike haben versucht, den Winkelsummensatz für Dreiecke zu beweisen. Wie beurteilst Du die Lösungen der vier Schüler?**

Winkelsummensatz für Dreiecke

In jedem Dreieck ist die Summe der drei Innenwinkel 180° .

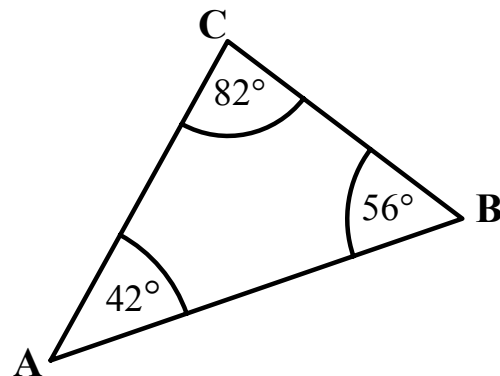
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$



Aufgabe ein_11a2-3

Franks Antwort:

Ich habe mehrere Dreiecke gemessen.
 In jedem Dreieck war die Winkelsumme 180° .
 In einem Fall ergaben meine Messungen:
 $\alpha = 42^\circ$, $\beta = 56^\circ$ und $\gamma = 82^\circ$.
 $\alpha + \beta + \gamma = 42^\circ + 56^\circ + 82^\circ = 180^\circ$.
 Die Behauptung ist also wahr!



Beurteilung von Franks Lösung:

Franks Lösung...

	ja (1)	nein (2)
..zeigt, dass die Behauptung immer gilt. (ein_11a2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung für bestimmte Dreiecke gilt. (ein_11a3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Codieranweisung		
ein_11a2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
ein_11a3	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_11b1-3

Jens Antwort:

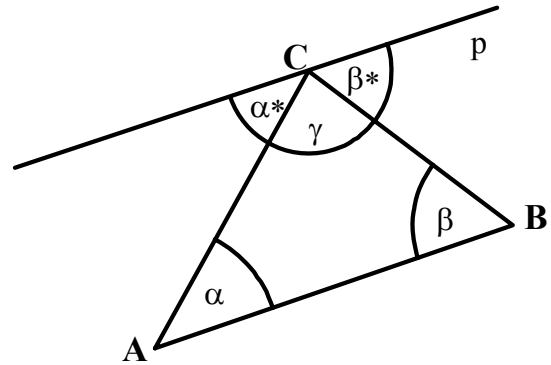
Ich habe eine Parallele zur Seite AB durch den Punkt C gezeichnet. Die Parallele nenne ich p.

Ich sehe, dass α und α^* Wechselwinkel sind. Auch β und β^* sind Wechselwinkel. Also gilt $\alpha = \alpha^*$ und $\beta = \beta^*$.

An der Parallele p ist beim Punkt C ein Winkel von 180° .

Es ist also: $\alpha^* + \beta^* + \gamma = 180^\circ$ und deshalb auch $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

Die Behauptung ist wahr!

**Beurteilung von Jens Lösung:**

Jens Lösung...

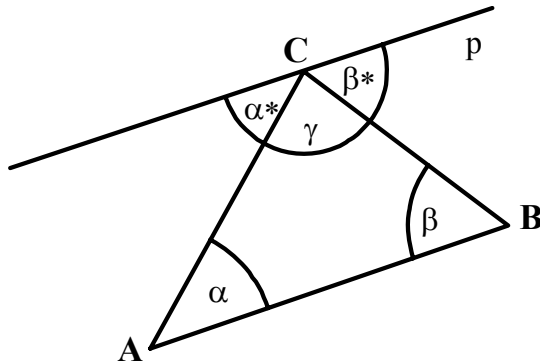
	ja (1)	nein (2)
..enthält einen Fehler. (ein_11b1)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung immer gilt. (ein_11b2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung für bestimmte Dreiecke gilt. (ein_11b3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Codieranweisung		
ein_11b1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
ein_11b2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
ein_11b3	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_11c1-3

Sylvias Antwort:

p ist Parallele zu AB.

Aussage:

(1) $\alpha^* + \gamma + \beta^* = 180^\circ$,

(2) $\alpha^* = \alpha$,

(3) $\beta^* = \beta$,

(4) Einsetzen in (1)

$$\alpha^* + \gamma + \beta^* = \alpha + \gamma + \beta = \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Begründung:

da bei C ein gestreckter Winkel entsteht

da $(\alpha; \alpha^*)$ ein Wechselwinkelpaar ist.

da $(\beta; \beta^*)$ ein Wechselwinkelpaar ist.

Die Behauptung ist wahr!

Beurteilung von Sylvias Lösung:

Sylvias Lösung...

	ja (1)	nein (2)
..enthält einen Fehler. (ein_11c1)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung immer gilt. (ein_11c2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung für bestimmte Dreiecke gilt. (ein_11c3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

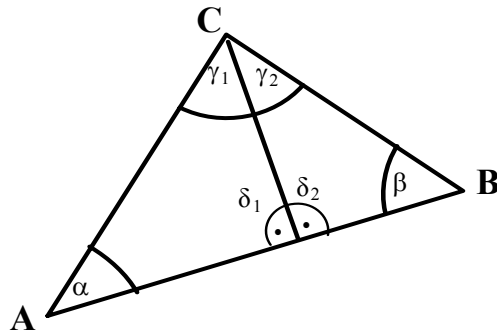
Codieranweisung		
ein_11c1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
ein_11c2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
ein_11c3	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe ein_11d1

Das folgende Item wurde ausgeschlossen, da sich die Reliabilität der Skala durch den Einbezug des Items verschlechterte.

Meikes Antwort:

Ich konstruiere die Höhe durch C. Es entstehen zwei rechte Winkel δ_1 und δ_2 . und zwei Dreiecke.

$$(1) \alpha + \delta_1 + \gamma_1 = 180^\circ,$$

da Winkelsumme im Dreieck 180°

$$(2) \beta + \delta_2 + \gamma_2 = 180^\circ,$$

da Winkelsumme im Dreieck 180°

$$(3) \alpha + \gamma_1 = 90^\circ,$$

da $\delta_1 = 90^\circ$ und nach Subtraktion von 90° auf beiden Seiten von (1)

$$(4) \beta + \gamma_2 = 90^\circ,$$

da $\delta_2 = 90^\circ$ und nach Subtraktion von 90° auf beiden Seiten von (2)

$$(5) \alpha = 90^\circ - \gamma_1$$

auflösen von (3) nach α

$$(6) \beta = 90^\circ - \gamma_2$$

auflösen von (4) nach β

$$(8) \text{ einsetzen von (5) und (6) in } \alpha + \beta + \gamma$$

$$\alpha + \beta + \gamma = (90^\circ - \gamma_1) + (90^\circ - \gamma_2) + \gamma$$

$$= 180^\circ - (\gamma_1 + \gamma_2) + \gamma$$

$$= 180^\circ$$

$$\text{da } (\gamma_1 + \gamma_2) = \gamma$$

Die Behauptung ist also wahr!

Beurteilung von Meikes Lösung:

Meikes Lösung...

..enthält einen Fehler. (ein_11d1)

ja (1)

nein (2)

☐
☐

Codieranweisung		
ein_11d1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

5 Vortest

Das Thema „binomische Formeln“ steht in den Schweizer Lehrplänen erst in Klassenstufe 8. Es war daher nicht davon auszugehen, dass die Schweizer Schülerinnen und Schülern diese Aufgabe richtig bearbeiten konnten. Tatsächlich zeigte sich, dass diese Aufgabe von den deutschen Schülerinnen und Schülern – auch nach Kontrolle der Schulform und der Intelligenz – häufiger gelöst wurde. Daher wurden zwei Skalenbildungen, einmal mit und einmal ohne Aufgabe 7, vorgenommen.

Die Aufgaben 1, 2 und 4 wurden aufgrund schlechter Parameter ausgeschlossen. Es wurden eine ein- und eine zweidimensionale Lösung geprüft.

5.1 Zweidimensionale Lösung mit Aufgabe 7

5.1.1 Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Vortest
Insgesamt einbezogene Items:	vpy_nr3e vpy_nr3f vpy_nr3g vpy_d5 vpy_nr6a vpy_nr6b vpy_nr6c vpy_nr6d vpy_nr6e vpy_d7
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“ / Algebraische Voraussetzungen
Ausgeschlossene Items:	vpy_nr1a vpy_nr1b vpy_nr2 vpy_nr4

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in %		rpb		p50%	Fit (MSQ)
			Bewertungsstufen		Bewertungsstufen			
			0	1	0	1		
vpy_nr3e	Rechtwinklige Dreiecke	849	53,0	47,0	-0,51	0,51	0,01	1,03
vpy_nr3f		849	58,1	41,9	-0,50	0,50	0,33	0,98
vpy_nr3g		849	47,2	52,8	-0,60	0,60	-0,35	0,98
Skala: vtr_2cowle M = -0,11; STD = 1,47					Reliabilität: 0,61 Varianz: 3,31			

5.1.2 Algebraische Voraussetzungen

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Vortest
Insgesamt einbezogene Items:	vpy_nr3e vpy_nr3f vpy_nr3g vpy_d5 vpy_nr6a vpy_nr6b vpy_nr6c vpy_nr6d vpy_nr6e vpy_d7
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“ / Algebraische Voraussetzungen
Ausgeschlossene Items:	vpy_nr1a vpy_nr1b vpy_nr2 vpy_nr4

Variablen-name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
vpy_d5	Quadratzahlen	849	68,8	31,2	-0,41	0,41	1,66	1,06
vpy_nr6a	Terme	849	30,3	69,7	-0,51	0,51	-0,37	0,97
vpy_nr6b		849	7,0	93,1	-0,35	0,35	-2,43	0,96
vpy_nr6c		849	29,8	70,2	-0,51	0,51	-0,40	0,98
vpy_nr6d		849	38,2	61,8	-0,49	0,49	0,07	1,07
vpy_nr6e		846	24,1	75,9	-0,51	0,51	-0,75	0,95
vpy_d7	Binomische Formel	849	77,9	22,1	-0,40	0,40	2,22	1,05
Skala: vtr_2alwle M = 0,63; STD = 1,43				Reliabilität: 0,59 Varianz: 1,26				

Korrelation zwischen den Dimensionen:

Dimension	Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“
Algebraische Voraussetzungen	0,26

5.2 Eindimensionale Lösung mit Aufgabe 7

5.2.1 Vorwissen Pythagoras

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Vortest
Insgesamt einbezogene Items:	vpy_nr3e vpy_nr3f vpy_nr3g vpy_d5 vpy_nr6a vpy_nr6b vpy_nr6c vpy_nr6d vpy_nr6e vpy_d7
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Vorwissen Pythagoras
Ausgeschlossene Items:	vpy_nr1a vpy_nr1b vpy_nr2 vpy_nr4

Variablen-name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
vpy_nr3e	Rechtwinklige Dreiecke	849	53,0	47,0	-0,51	0,51	0,56	0,99
vpy_nr3f		849	58,1	41,9	-0,50	0,50	0,81	0,98
vpy_nr3g		849	47,2	52,7	-0,60	0,60	0,28	0,92
vpy_d5	Quadratzahlen	849	68,8	31,2	-0,41	0,41	1,37	1,03
vpy_nr6a	Terme	849	30,3	69,7	-0,51	0,51	-0,59	0,98
vpy_nr6b		849	7,0	93,1	-0,35	0,35	-2,60	1,00
vpy_nr6c		849	29,8	70,2	-0,51	0,51	-0,62	0,98
vpy_nr6d		849	38,2	61,8	-0,49	0,49	-0,17	1,02
vpy_nr6e		846	24,1	75,9	-0,51	0,51	-0,96	0,96
vpy_d7	Binomische Formel	849	77,9	22,1	-0,40	0,40	1,91	1,03
Skala: vtr_1wle				Reliabilität: 0,64				
M = 0,39; STD = 1,27				Varianz: 1,01				

5.3 Zweidimensionale Lösung ohne Aufgabe 7

5.3.1 Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Vortest
Insgesamt einbezogene Items:	vpy_nr3e vpy_nr3f vpy_nr3g vpy_d5 vpy_nr6a vpy_nr6b vpy_nr6c vpy_nr6d vpy_nr6e
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“ / Algebraische Voraussetzungen
Ausgeschlossene Items:	vpy_nr1a vpy_nr1b vpy_nr2 vpy_nr4

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
vpy_nr3e	Rechtwinklige Dreiecken	849	53,0	47,0	-0,53	0,53	0,01	1,04
vpy_nr3f		849	58,1	41,9	-0,52	0,52	0,33	0,98
vpy_nr3g		849	47,2	52,8	-0,60	0,60	-0,35	0,96
Skala: vtr_o7_2conwle M = -0,11; STD = 1,47				Reliabilität: 0,61 Varianz: 3,31				

5.3.2 Algebraische Voraussetzungen

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Vortest
Insgesamt einbezogene Items:	vpy_nr3e vpy_nr3f vpy_nr3g vpy_d5 vpy_nr6a vpy_nr6b vpy_nr6c vpy_nr6d vpy_nr6e
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Konzeptuelles Verständnis „Dreiecke“ / Algebraische Voraussetzungen
Ausgeschlossene Items:	vpy_nr1a vpy_nr1b vpy_nr2 vpy_nr4

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in %		rpb		p50%	Fit (MSQ)
			Bewertungsstufen 0	Bewertungsstufen 1	Bewertungsstufen 0	Bewertungsstufen 1		
vpy_d5	Quadratzahlen	849	68,8	31,2	-0,42	0,42	2,05	1,05
vpy_nr6a	Terme	849	30,3	69,7	-0,51	0,51	0,00	0,93
vpy_nr6b		849	7,0	97,1	-0,36	0,36	-2,08	1,00
vpy_nr6c		849	29,8	70,2	-0,51	0,51	-0,03	0,97
vpy_nr6d		849	38,2	61,8	-0,50	0,50	0,44	1,03
vpy_nr6e		846	24,1	75,9	-0,51	0,51	-0,38	0,94
Skala: vtr_o7_2algwle M = 0,96; STD = 1,43				Reliabilität: 0,56 Varianz: 1,35				

Korrelation zwischen den Dimensionen:

Dimension	Konzeptuelles Verständnis
Algebraische Voraussetzungen	0,25

5.4 Eindimensionale Lösung ohne Aufgabe 7

5.4.1 Vorwissen Pythagoras

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Vortest
Insgesamt einbezogene Items:	vpy_nr3e vpy_nr3f vpy_nr3g vpy_d5 vpy_nr6a vpy_nr6b vpy_nr6c vpy_nr6d vpy_nr6e
Insgesamt einbezogene Items:	Vorwissen Pythagoras
Ausgeschlossene Items:	vpy_nr1a vpy_nr1b vpy_nr2 vpy_nr4

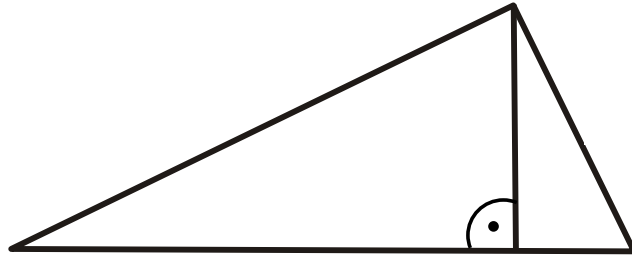
Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
vpy_nr3e	Rechtwinklige Dreiecke	849	53,0	47,0	-0,53	0,53	0,78	0,99
vpy_nr3f		849	58,1	41,9	-0,52	0,52	1,03	1,03
vpy_nr3g		849	47,2	52,8	-0,60	0,60	0,50	0,92
vpy_d5	Quadratzahlen	849	68,8	31,2	-0,42	0,42	1,59	1,06
vpy_nr6a	Terme	849	30,3	69,7	-0,51	0,51	-0,38	1,01
vpy_nr6b		849	7,0	93,1	-0,36	0,36	-2,40	0,97
vpy_nr6c		849	29,8	70,2	-0,51	0,51	-0,41	1,00
vpy_nr6d		849	38,2	61,8	-0,50	0,50	0,04	1,03
vpy_nr6e		846	24,1	75,9	-0,51	0,51	-0,75	1,00
Skala: vtr_1o7wle M = 0,60; STD = 1,30				Reliabilität: 0,64 Varianz: 1,08				

5.5 Aufgaben des Vortests

Aufgabe vpy_nr1a: Beschriftung des Dreiecks

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

- 1a) Beschrifte das abgebildete Dreieck mit folgenden Begriffen:**
 Seite a, Seite b, Seite c, Höhe h_c, Winkel α , Winkel β , Winkel γ



Codieranweisung		
vpy_nr1a	Code	Bedeutung
vollständig oder teilweise gelöst	1 - 7	für jede richtige Beschriftung ein Punkt, z.B. bei komplett korrekter Lösung 7 Punkte; wenn nur die Dreiecksseiten gekennzeichnet sind, 3 Punkte ^g
falsch oder unvollständig gelöst	88	Aufgabe komplett falsch gelöst, d.h. kein Begriff wurde richtig zugeordnet (entspricht 0 Punkte)
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

^g Für die Raschskalierung wurde eine dichotome Codierung vorgenommen. Wenn die sieben Begriffe richtig zugeordnet wurden, wurde 1 Punkt vergeben, alle anderen Lösungen wurden mit 0 Punkten bewertet.

Aufgabe vpy_nr1b: Größe des Winkels

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

1b) Der Winkel bei C ist ein rechter Winkel. Der Winkel bei A beträgt 30° . Wie groß ist demzufolge der Winkel bei B?

Antwort: _____

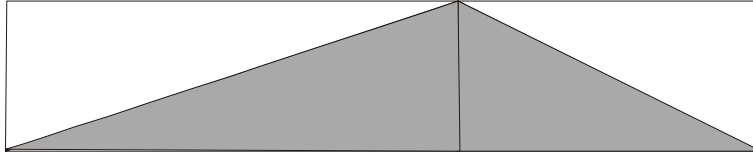
Gib deinen Lösungsweg an: _____

Codieranweisung		
vpy_nr1b	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	60° oder 60
falsch oder unvollständig gelöst	2	70°
	8	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe vpy_nr2: Flächeninhalt

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

2. Der Flächeninhalt des gesamten Rechtecks beträgt 20 cm^2 . Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Teils?



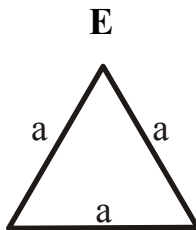
Antwort: _____

Codieranweisung		
vpy_nr2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	10 cm^2 oder 10
falsch oder unvollständig gelöst	2	10 mit falscher Einheit
	3	20 cm^2 oder 20
	88	andere falsche Lösungen
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgaben vpy_nr3e, f, g: Rechtwinklige Dreiecke

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

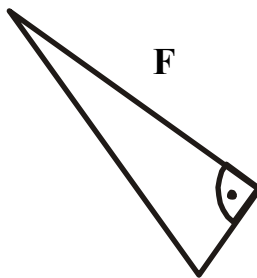
3. Welche der folgenden Dreiecke E, F, G sind rechtwinklig, welche nicht? Kreuze an und begründe, warum die Dreiecke rechtwinklig sind oder nicht.



das Dreieck E ist rechtwinklig

- ☐ ja
☐ nein

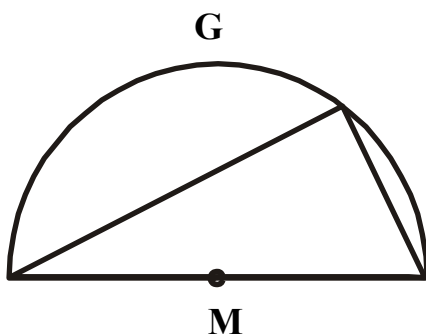
Grund: _____



das Dreieck F ist rechtwinklig

- ☐ ja
☐ nein

Grund: _____



das Dreieck G ist rechtwinklig

- ☐ ja
☐ nein

Grund: _____

Codieranweisung		
vpy_nr3e	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein mit richtiger Begründung <ul style="list-style-type: none"> „weil es sich um ein gleichseitiges Dreieck handelt“ „weil alle Seiten gleich lang sind“ „weil alle Winkel gleich (groß) sind, weil es gleichwinklig ist“ „Seiten gleich lang <u>und</u> Winkel gleich groß“
falsch oder unvollständig gelöst	1	ja, oder nein mit falscher Begründung <ul style="list-style-type: none"> falsches Begriffsverständnis: „alle Ecken sind gleich lang“; „weil es gleichschenkelig ist“ tautologisch/zirkulär: „weil kein rechter Winkel da ist“; „weil kein Winkel 90° hat“ andere falsche oder sehr lückenhafte Begründungen
	0	kein Kreuz oder mehrere Kreuze
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
vpy_nr3f	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja mit richtiger Begründung <ul style="list-style-type: none"> „weil das Symbol für den rechten Winkel eingezeichnet ist“ „weil ein rechter Winkel eingezeichnet ist“
falsch oder unvollständig gelöst	2	nein, oder ja mit falscher Begründung <ul style="list-style-type: none"> Messen: „weil ich es nachgemessen habe und es stimmt“ visuell: „weil es rechtwinklig aussieht“ „weil der Winkel ein rechter ist“ (tautologisch) andere falsche oder sehr lückenhafte Begründungen
	0	kein Kreuz oder mehrere Kreuze
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
vpy_nr3g	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	<p>Ja, mit richtiger Begründung oder richtige Idee erkennbar, auch wenn fachsprachlich nicht richtig formuliert</p> <ul style="list-style-type: none"> • fachsprachlich formuliert: „weil der Thaleskreis eingezeichnet ist“; „weil bei jedem Punkt auf dem Kreisbogen ein rechter Winkel vorhanden ist“; „weil wenn eine Ecke eines Dreiecks auf dem Halbkreis über der gegenüber liegenden Seite liegt, hat der entsprechende Winkel eine Größe von 90°“ • mathematisch falsch formuliert, aber richtige mathematische Idee erkennbar: „weil alle Spitzen, die an den Halbkreis stoßen, 90° Grad haben“
falsch oder sehr unvollständig gelöst	2	<p>nein, oder ja mit falscher Begründung</p> <ul style="list-style-type: none"> • tautologisch: „weil ein rechter Winkel da ist“ • Schüler begründet, warum es im Dreieck keinen rechten Winkel gibt • falsches Begriffsverständnis: „alle Ecken sind gleich lang“ • andere falsche oder sehr lückenhafte Begründungen
	0	kein Kreuz oder mehrere Kreuze
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe vpy_nr4: Ähnlichkeit

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

4. Hast Du schon davon gehört, wann man in der Geometrie von ‚Ähnlichkeit‘ spricht?
Wenn nein: gehe weiter zu Frage 5.

Wenn ja: Schau dir die Figur a an. Welche der Figuren b, c, d, e sind im mathematischen Sinne ähnlich zu Figur a?

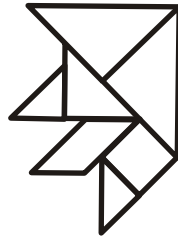


Fig. a

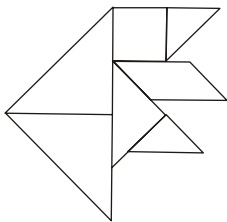


Fig. b

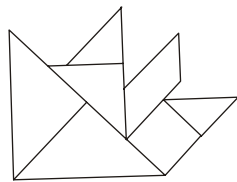


Fig. c

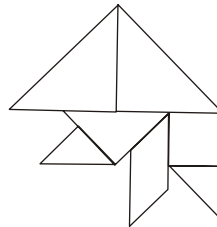


Fig. d



Fig. e

Antwort: _____

Aufgabe vpy_p5: Quadratzahlen

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

5. Welche der folgenden Zahlen sind Quadratzahlen? Kreuze alle Quadratzahlen an!

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000 10000

Codieranweisung		
vpy_p5	Code	Bedeutung
vollständig oder teilweise richtig gelöst ^h	1 - 5	jede richtig angekreuzte Quadratzahl (1, 4, 9, 100, 10000) ergibt 1 Punkt. Die Punkte werden wie folgt recodiert: 5 = 1, 4 = 0.8, 3 = 0.6, 2 = 0.4, 1 = 0.2
falsch oder gar nicht gelöst	88	0 Punkte, d.h. keine Quadratzahl angekreuzt
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber kein Ergebnis notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

^h Für die Raschskalierung wurde eine dichotome Codierung vorgenommen. Wenn alle Quadratzahlen identifiziert wurden und darüberhinaus keine andere Zahl angekreuzt war, wurde 1 Punkt vergeben, alle anderen Lösungen wurden mit 0 Punkten bewertet.

Aufgaben vpy_nr6a-e: Terme

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

6. Bestimme jeweils a:

(vpy_nr6a) $a = (2+3)^2$ a = _____

(vpy_nr6b) $30 = 10+a$ a = _____

(vpy_nr6c) $200 + a^2 = 300$ a = _____

(vpy_nr6d) $a = \sqrt{9+16}$ a = _____

(vpy_nr6e) $a = b^2 + c^2$ für $b = 2$ und $c = 3$ a = _____

Codieranweisung		
vpy_nr6a	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	25
falsch oder unvollständig gelöst	2	5^2 (wird noch als nicht vollständig aufgelöst betrachtet)
	3	13 (gliedweise quadriert: $4+9 = 13$)
	4	10 (Summe wurde mit „2“ multipliziert anstatt quadriert: $5 \cdot 2 = 10$)
	5	49
	6	36
	7	12 (statt addiert und quadriert wurde mit „2“ multipliziert: $(2 \cdot 3) \cdot 2 = 12$)
	88	andere falsche oder unvollständige Lösung
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
vpy_nr6b	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	20
falsch oder unvollständig gelöst	2	40
	3	-20
	88	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
vpy_nr6c	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	10 und -10
	2	nur 10
	3	nur -10
falsch oder unvollständig gelöst	4	100 oder 10^2
	5	50
	88	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
vpy_nr6d	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	5
falsch oder unvollständig gelöst	2	$\sqrt{25}$ (wird noch als nicht vollständig aufgelöst betrachtet)
	3	7 (gliedweise radiziert)
	4	12
	5	$(3+4)^2 \Rightarrow$ gliedweise radiziert und anschließend wieder potenziert
	6	19 (nur die „9“ wurde radiziert: $\sqrt{9}+16 = 19$)
	7	25 (nur die Addition wurde vorgenommen)
	88	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

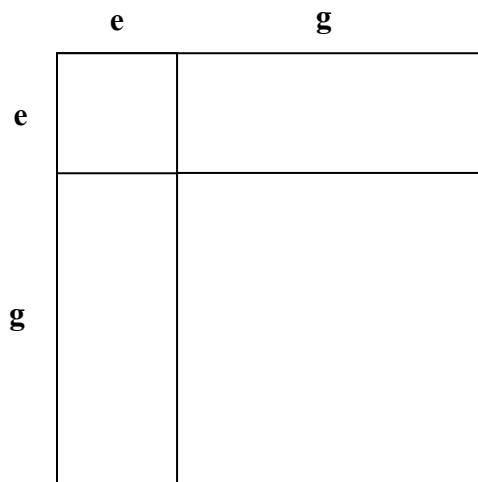
Codieranweisung		
vpy_nr6e	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	13
falsch oder unvollständig gelöst	3	10 (anstatt quadriert wird mit „2“ multipliziert und anschließend addiert: $2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 10$)
	88	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe vpy_nr7: Binomische Formel

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

7. Welche Formel wird mit der folgenden Zeichnung dargestellt? Ergänze!

$$(\quad)^2 = \quad$$



Codieranweisung		
vpy_nr7	Code	Bedeutung
vollständig oder teilweise gelöst ⁱ	1	$(e+g)^2 = (e^2+eg+eg+g^2) = (e^2+2eg+g^2)$
	2	binomische Formel
	3	$(e+g)^2 = (e^2+eg+eg+g^2) = (e^2+2eg+g^2)$ und binomische Formel
	4	$(e+g)^2 = (e+g) \cdot (e+g)$
	5	$(e+g)^2$ [nur linke Seite notiert]
falsch oder unvollständig gelöst	6	$(e+g)^2 = (e+e)+(g+g)$ oder $(e \cdot g)^2 = (e \cdot g) \cdot (e \cdot g)$ oder $(e+g)^2 = (e+e) \cdot (g+g)$ oder $(e+g)^2 = (e+g) \cdot (e \cdot g)$
	7	$(e+g)^2 = e \cdot e + g \cdot g = e^2 + g^2$
	8	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	die Aufgabe bearbeitet, aber keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

ⁱ Für die Raschskalierung wurde eine dichotome Codierung vorgenommen. Dabei wurden die Lösungen 1-3 mit 1 Punkt, alle anderen Lösungen wurden mit 0 Punkten bewertet.

6 Nachtest 1

Grundsätzliche Anmerkungen: Die Aufgaben 1 und 2 wurden bei der Skalierung ausgeklammert, da es hier um Vorstellungen und Konzepte und nicht um richtige oder falsche Lösungen geht. Sie werden typologisch ausgewertet. Diese Typologie wird hier nicht dargestellt.

6.1 Zweidimensionale Lösung

6.1.1 Konzeptuelles Verständnis und Anwendungsfähigkeiten

Analog zu den Ergebnissen der klassischen Skalierung wurden zwei Dimensionen mit den Aufgaben 3, 5 und 6 respektive mit den Teilaufgaben 4 gebildet. Die Modellparameter zeigen, dass die zweidimensionale Lösung zufriedenstellend abgebildet wird.

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Nachtest 1
Insgesamt einbezogene Items:	ntl_n3a ntl_n3b ntl_n3c ntl_n3d ntl_n3e ntl_n3f ntl_n3g ntl_n3h ntl_n4a ntl_n4b ntl_n4c ntl_n4d ntl_n4e ntl_n4f ntl_n5a ntl_n6u
Insgesamt einbezogene Items:	Konzeptuelles Verständnis und Anwendungsfähigkeiten / Konzeptuelles Verständnis von rechtwinklichen Dreiecken
Ausgeschlossene Items:	ntl_n1a ntl_n1b ntl_n1c ntl_n1d ntl_n2a ntl_n2b ntl_n2c ntl_n2d ntl_n2e

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen			rpb Bewertungsstufen			p50 %	Fit (MSQ)
			0	1		0	1			
ntl_n3a	Welche Darstellungen geben den Satz des Pythagoras wieder?	853	14,4	85,6		-0,52	0,52		-2,14	0,84
ntl_n3b		853	28,1	71,9		-0,46	0,46		-1,14	0,97
ntl_n3c		853	38,0	62,0		-0,44	0,44		-0,60	1,01
ntl_n3d		853	40,1	59,9		-0,48	0,48		-0,49	0,99
ntl_n3e		853	43,4	56,6		-0,44	0,44		-0,32	1,05
ntl_n3f		853	46,5	53,5		-0,48	0,48		-0,16	1,00
ntl_n3g		853	17,2	82,8		-0,50	0,50		-1,89	0,91
ntl_n3h		853	21,1	78,9		-0,24	0,24		-1,60	1,20
ntl_n5a	Diagonale eines Rechtecks	853	22,4	77,6		-0,49	0,49		-1,51	0,92
			Bewertungsstufen			Bewertungsstufen				
			0	1	2	0	1	2		
ntl_n6u	Essstäbchen	853	30,0	32,9	37,1	-0,41	-0,08	0,47	-0,15	1,15
Skala: ntlr_2conwle					Reliabilität: 0,70					
M = -0,05; STD = 1,24					Varianz: 1,13					

6.1.2 Konzeptuelles Verständnis von rechtwinkligen Dreiecken

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Nachtest 1
Insgesamt einbezogene Items:	ntl_n3a ntl_n3b ntl_n3c ntl_n3d ntl_n3e ntl_n3f ntl_n3g ntl_n3h ntl_n4a ntl_n4b ntl_n4c ntl_n4d ntl_n4e ntl_n4f ntl_n5a ntl_n6u
Insgesamt einbezogene Items:	Konzeptuelles Verständnis und Anwendungsfähigkeiten / Konzeptuelles Verständnis von rechtwinkligen Dreiecken
Ausgeschlossene Items:	ntl_n1a ntl_n1b ntl_n1c ntl_n1d ntl_n2a ntl_n2b ntl_n2c ntl_n2d ntl_n2e

Variablen- name/ Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
ntl_n4a	Teildreiecke	853	82,9	17,1	-0,41	0,41	2,48	1,09
ntl_n4b		853	44,6	55,5	-0,44	0,44	-0,34	1,26
ntl_n4c		853	49,4	50,6	-0,56	0,56	0,03	0,99
ntl_n4d		853	66,4	33,7	-0,54	0,54	1,11	0,99
ntl_n4e		853	57,3	42,7	-0,60	0,60	0,49	0,88
ntl_n4f		853	49,9	50,1	-0,62	0,62	0,01	0,95
Skala: ntlr_2rwiwle M = 0,14; STD = 1,78				Reliabilität: 0,75 Varianz: 3,83				

Korrelation zwischen den Dimensionen:

Dimension	Konzeptuelles Verständnis und Anwendungsfähigkeiten
Konzeptuelles Verständnis von rechtwinkligen Dreiecken	0,40

6.2 Eindimensionale Lösung

6.2.1 Verständnis des Satzes von Pythagoras

Quelle: siehe jeweilige Aufgaben

Instrument: Nachtest 1

Insgesamt einbezogene Items: ntl_n3a ntl_n3b ntl_n3c ntl_n3d ntl_n3e ntl_n3f ntl_n3g
ntl_n3h ntl_n4a ntl_n4b ntl_n4c ntl_n4d ntl_n4e ntl_n4f
ntl_n5a ntl_n6u

Insgesamt einbezogene Items: Verständnis des Satzes von Pythagoras

Ausgeschlossene Items: ntl_n1a ntl_n1b ntl_n1c ntl_n1d ntl_n2a ntl_n2b ntl_n2c
ntl_n2d ntl_n2e

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen			p50%	Fit (MSQ)	
			0	1	0	1				
ntl_n3a	Welche Darstellungen geben den Satz des Pythagoras wieder?	853	14,4	85,6	-0,52	0,52	-2,15	0,89		
ntl_n3b		853	28,1	71,9	-0,46	0,46	-1,15	1,02		
ntl_n3c		853	38,0	62,0	-0,44	0,44	-0,60	1,08		
ntl_n3d		853	40,1	59,9	-0,48	0,48	-0,49	1,01		
ntl_n3e		853	43,4	56,6	-0,44	0,44	-0,32	1,05		
ntl_n3f		853	46,5	53,5	-0,48	0,48	-0,17	1,05		
ntl_n3g		853	17,2	82,8	-0,50	0,50	-1,91	0,93		
ntl_n3h		853	21,1	78,9	-0,24	0,24	-1,61	1,23		
ntl_n4a	Teildreiecke	853	82,9	17,1	-0,41	0,41	1,92	0,96		
ntl_n4b		853	44,6	55,5	-0,44	0,44	0,27	1,04		
ntl_n4c		853	49,4	50,6	-0,56	0,56	-0,03	0,98		
ntl_n4d		853	66,4	33,7	-0,54	0,54	0,85	0,92		
ntl_n4e		853	57,3	42,7	-0,60	0,60	0,37	0,91		
ntl_n4f		853	49,9	50,1	-0,62	0,62	0,00	0,90		
ntl_n5a	Diagonale eines Rechtecks	853	22,4	77,6	-0,49	0,49	-1,52	0,96		
			Bewertungsstufen			Bewertungsstufen				
			0	1	2	0	1	2		
ntl_n6u	Essstäbchen	853	30,0	32,9	37,1	-0,41	-0,08	0,47	-0,15	1,24
Skala: ntlr_1dwle					Reliabilität: 0,78					
M = -0,01; STD = 1,29					Varianz: 1,21					

6.3 Aufgaben des Nachtests 1

Die Aufgaben 1 und 2 wurden komplett ausgeklammert, da es hier um Vorstellungen und Konzepte und nicht um richtige oder falsche Lösungen geht. Sie werden typologisch ausgewertet.

Aufgabe snt1_1a-d: Satz des Pythagoras

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

1. Was hast Du vor Augen, wenn du vom „Satz des Pythagoras“ hörst oder liest? Du kannst mehrere Antworten ankreuzen.

- ☐ Ein Bild - Wenn ja, stelle es bitte in einer Skizze dar: _____
- ☐ Einen algebraischen Ausdruck: Wenn ja, welcher? _____
- ☐ Etwas anderes: _____
- ☐ Ich kann mir darunter gar nichts vorstellen.

Aufgabe snt1_2a-e: Satz des Pythagoras

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

2. Worum geht es beim Satz des Pythagoras? Du kannst mehrere Antworten ankreuzen.

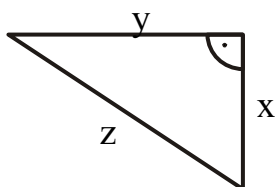
- ☐ Um Streckenlängen
- ☐ Um Flächeninhalte
- ☐ Um Quadratzahlen
- ☐ Um Ähnlichkeitsbeziehungen an geometrischen Figuren
- ☐ Um rechtwinklige Dreiecke

Aufgabe nt1_3a - h: Welche Darstellungen geben den Satz des Pythagoras wieder?

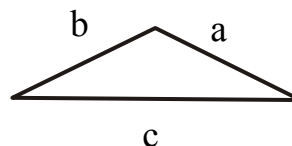
Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

3. Kreuze alle Darstellungen an, die den Satz des Pythagoras wiedergeben!

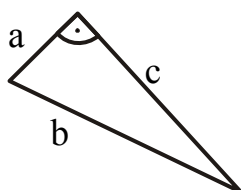
a) ☐ $x^2 + y^2 = z^2$



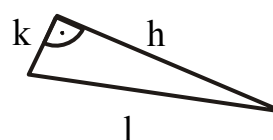
b) ☐ $a^2 + b^2 = c^2$



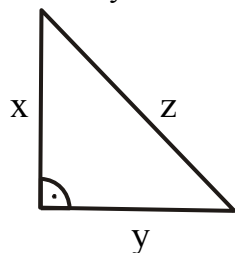
c) ☐ $a^2 + b^2 = c^2$



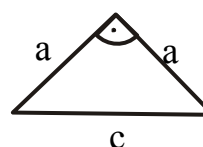
d) ☐ l ist die Wurzel aus der Summe von h^2 und k^2



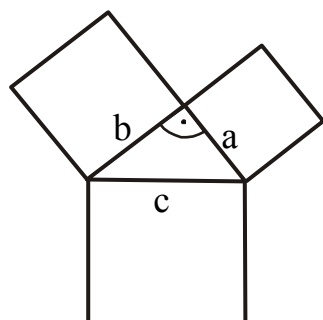
e) ☐ $x^2 = z^2 - y^2$



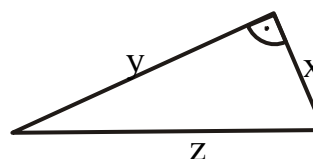
f) ☐ $c^2 = 2a^2$



g) ☐ Der Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates ist gleich der Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate.



h) ☐ $y^2 = x^2 - z^2$



Codieranweisung		
nt1_n3a	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	angekreuzt
falsch gelöst	0	nicht angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n3b	Code	Bedeutung
richtig gelöst	0	nicht angekreuzt
falsch gelöst	1	angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n3c	Code	Bedeutung
richtig gelöst	0	nicht angekreuzt
falsch gelöst	1	angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n3d	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	angekreuzt
falsch gelöst	0	nicht angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n3e	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	angekreuzt
falsch gelöst	0	nicht angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n3f	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	angekreuzt
falsch gelöst	0	nicht angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

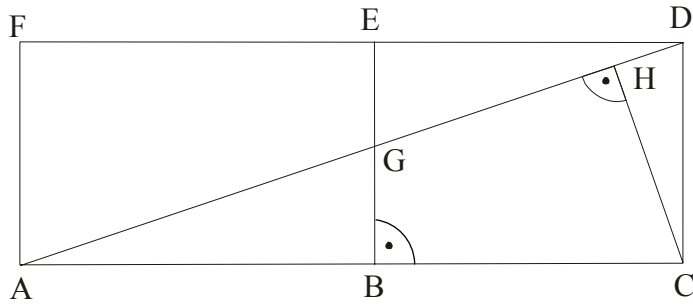
Codieranweisung		
nt1_n3g	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	angekreuzt
falsch gelöst	0	nicht angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n3h	Code	Bedeutung
richtig gelöst	0	nicht angekreuzt
falsch gelöst	1	angekreuzt
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt1_4a-f: Teildreiecke

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

4. In welchen Teildreiecken des Rechtecks $ACDF$ ist der Satz des Pythagoras anwendbar?



Antwort: _____

Codieranweisung		
nt1_n4a	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	Dreieck ACD angegeben
falsch gelöst	0	Dreieck nicht angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n4b	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	Dreieck ACH angegeben
falsch gelöst	0	Dreieck nicht angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n4c	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	Dreieck ABG angegeben
falsch gelöst	0	Dreieck nicht angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n4d	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	Dreieck ADF angegeben
falsch gelöst	0	Dreieck nicht angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n4e	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	Dreieck GDE angegeben
falsch gelöst	0	Dreieck nicht angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt1_n4f	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	Dreieck CDH angegeben
falsch gelöst	0	Dreieck nicht angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt1_n5a: Diagonale eines Rechtecks

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

5. Ein Rechteck hat die Seitenlängen 12 cm und 5 cm. Wie lang ist seine Diagonale?

Antwort: _____

Codieranweisung		
nt1_n5a	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	13 cm
	2	13 ohne Einheit
falsch oder unvollständig gelöst	3	13 mit falscher Einheit
	4	169
	5	60
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösung angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt1_n6u: Essstäbchen

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

6. Lisa hat aus China für ihre Freundin Essstäbchen mitgebracht. Die Stäbchen sind 35 cm lang. Kann sie die Stäbchen in einem Briefumschlag von 32 cm Länge und 23 cm Breite verschicken? Begründe Deine Antwort.

Antwort: _____

Codieranweisung		
nt1_n6u	Code	Bedeutung
vollständig gelöst	1	ja mit Begründung
teilweise gelöst ^j	2	ja ohne Begründung
falsch gelöst	3	nein
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösung angegeben
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

^j Für die Raschskalierung wurde folgende Codierung vorgenommen: Code 1 wurde mit 2 Punkten, Code 2 mit 1 Punkt und alle anderen Codes (außer 95) mit 0 Punkten bewertet.

7 Nachtest 2

Aus theoretischer Sicht wurden zwei Dimensionen angenommen: Beweisverständnis (inkl. Spezialfall erkennen) und Anwendungsfähigkeiten.

7.1 Zweidimensionale Lösung

7.1.1 Anwendungsfähigkeiten

Quellen:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Nachtest 2
Insgesamt einbezogene Items:	nt2_2l nt2_3l nt2_4l nt2_5l nt2_6l nt2_7la nt2_7lb nt2_7lc nt2_7ld nt2_7le nt2_8j2 nt2_8j3 nt2_8m1 nt2_8m2 nt2_8m3 nt2_8s1 nt2_8s2 nt2_8s3
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Anwendungsfähigkeiten / Beweisverständnis
Ausgeschlossene Items:	nt2_1l nt2_8f1

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in %		rpb		p50%	Fit (MSQ)
			Bewertungsstufen 0	1	Bewertungsstufen 0	1		
nt2_2l	Höhe im recht- winkligen Dreieck	800	64,4	35,6	-0,36	0,36	0,82	1,14
nt2_3l	Schnecke	800	39,6	60,4	-0,32	0,32	-0,53	1,18
nt2_4l	Begründung ohne Zeichnung	800	85,5	14,5	-0,33	0,33	2,30	1,07
nt2_5l	Vogelhaus	800	52,4	47,6	-0,39	0,39	0,16	1,20
nt2_6l	Pyramide	800	60,4	39,6	-0,39	0,39	0,60	1,10
nt2_7la	Katheten verlängern	800	21,3	78,8	-0,59	0,59	-1,73	0,73
nt2_7lb		800	22,6	77,4	-0,64	0,64	-1,62	0,69
nt2_7lc		800	29,9	70,1	-0,61	0,61	-1,12	0,79
nt2_7ld		800	61,8	38,3	-0,47	0,47	0,67	0,99
nt2_7le		800	84,3	15,8	-0,36	0,36	2,18	1,02
Skala: nt2r_2anwle M = -0,02; STD = 1,56				Reliabilität: 0,74 Varianz: 1,84				

7.1.2 Beweisverständnis

Quelle:	siehe jeweilige Aufgaben
Instrument:	Nachtest 2
Insgesamt einbezogene Items:	nt2_2l nt2_3l nt2_4l nt2_5l nt2_6l nt2_7la nt2_7lb nt2_7lc nt2_7ld nt2_7le nt2_8j2 nt2_8j3 nt2_8m1 nt2_8m2 nt2_8m3 nt2_8s1 nt2_8s2 nt2_8s3
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Anwendungsfähigkeiten / Beweisverständnis
Ausgeschlossene Items:	nt2_1l nt2_8f1

Variablen- name	Aufgaben	N	Häufigkeit in %		rpb		p50%	Fit (MSQ)
			Bewertungsstufen		Bewertungsstufen			
			0	1	0	1		
nt2_8j2	Beweise zum Satz des Pythagoras	800	71,6	28,4	-0,32	0,32	1,15	1,08
nt2_8j3		800	65,9	34,1	-0,30	0,30	0,82	1,12
nt2_8m1		800	39,1	60,9	-0,49	0,49	-0,55	0,95
nt2_8m2		800	46,3	53,8	-0,50	0,50	-0,18	0,94
nt2_8m3		800	48,0	52,0	-0,39	0,39	-0,09	1,06
nt2_8s1		800	40,5	59,5	-0,43	0,43	-0,47	1,03
nt2_8s2		800	44,8	55,3	-0,45	0,45	-0,26	0,91
nt2_8s3		800	45,9	54,1	-0,40	0,40	-0,20	0,97
Skala: nt2r_2bewwle M = -0,02; STD = 1,35				Reliabilität: 0,65 Varianz: 1,22				

Korrelation zwischen den Dimensionen:

Dimension	Beweisverständnis
Anwendungsfähigkeiten	0,26

7.2 Aufgaben des Nachtests 2

Aufgabe nt2_11: Die Länge der Diagonalen

Quelle: Kunter et al. (2000)

1. Ermittle die Länge der Diagonalen d eines Rechtecks mit der Länge 3 cm und der Breite 4 cm

- ☐ 5 cm
- ☐ 6 cm
- ☐ 6,5 cm
- ☐ 7 cm
- ☐ 8 cm

3 cm



4 cm

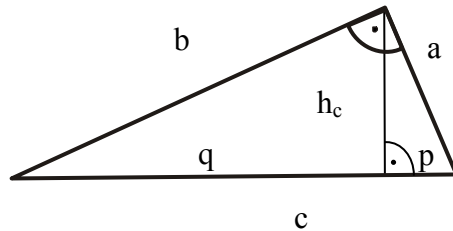
(Zeichnung nicht maßgenau)

Codieranweisung		
nt2_11	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	5 cm
falsch oder unvollständig gelöst	2	6 cm
	3	6,5 cm
	4	7 cm
	5	8 cm
	0	mehrere Kreuze oder kein Kreuz oder eigene falsche Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt2_21: Höhe im rechtwinkligen Dreieck

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

2. Wie lang ist die Höhe h_c im rechtwinkligen Dreieck ($\gamma = 90^\circ$) mit den Hypotenusenabschnitten $p = 1 \text{ cm}$ und $q = 3 \text{ cm}$?



(Zeichnung nicht maßgenau)

Codieranweisung		
nt2_21	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	1,7 cm ($=\sqrt{3}$)
	2	1,7 ohne Einheit
falsch oder unvollständig gelöst	3	1,7 mit falscher Einheit
	4	3
	5	$\sqrt{7}$ oder 2,6 cm
	6	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

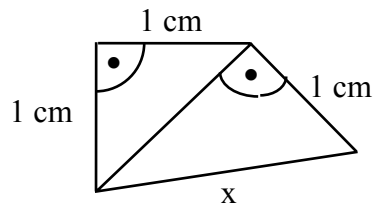
Aufgabe nt2_3l: Schnecke

Quelle: Kunter et al. (2000)

3. Wie lang ist x?

- ☐ $\sqrt{2}$ cm
- ☐ 1,5 cm
- ☐ $\sqrt{3}$ cm
- ☐ 2 cm
- ☐ $2 \cdot \sqrt{2}$ cm

(Zeichnung nicht maßgenau)



Codieranweisung		
nt2_3l	Code	Bedeutung
richtig gelöst	3	$\sqrt{3}$ cm (= 1,732)
falsch oder unvollständig gelöst	1	$\sqrt{2}$ cm
	2	1,5 cm
	4	2 cm
	5	$2 \cdot \sqrt{2}$ cm
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz oder eigene Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt2_4l: Begründung ohne Zeichnung

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

- 4. Ein Dreieck hat die Seitenlängen $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ und $c = 8,5 \text{ cm}$. Begründe ohne zu zeichnen, ob es sich bei dem beschriebenen Dreieck um ein rechtwinkliges Dreieck handelt oder nicht.**

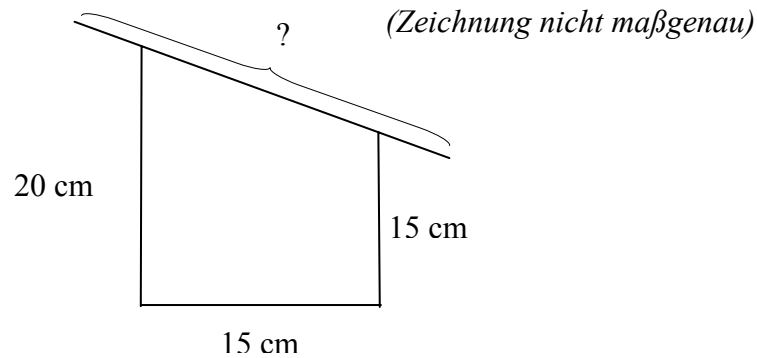
Codieranweisung		
nt2_4l	Code	Bedeutung
vollständig gelöst	1	nicht rechtwinklig mit richtiger Begründung; Rechnung führt zum Ergebnis $72 \neq 72,25$
teilweise gelöst ^k	2	nicht rechtwinklig ohne Begründung/Rechnung
	4	rechtwinklig mit rechnerischer Begründung (Rundungsfehler, z.B. $6^2+6^2 \approx 72$; $\sqrt{72} \approx 8,49$; $\sqrt{72} \approx 8,5$; $8,5 \approx 8,48$)
falsch gelöst	3	nicht rechtwinklig mit falscher Begründung
	5	rechtwinklig ohne Begründung
	6	rechtwinklig mit falscher Begründung, z.B. $\sqrt{(6^2 + 6^2)} = 8,5$
	0	keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

^k Für die Raschskalierung wurde eine dichotome Codierung vorgenommen. Dabei wurden die Codes 1 und 4 mit 1 Punkt, alle anderen Codes (außer 95) mit 0 Punkten bewertet.

Aufgabe nt2_5l: Vogelhaus

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

- 5. Anna baut aus Holz ein Vogelhaus. Sie hat einen Plan gezeichnet, auf dem die Dicke des Holzes vernachlässigt ist. Der Plan sieht so aus:**



Das Dach soll auf beiden Seiten 5 cm über die Wände hinausragen. Anna will nun ausrechnen, wie lang das Holzbrett für das Dach sein muss. Wie würdest du vorgehen?

Codieranweisung		
nt2_5_1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	25,8 cm (+/-0,1 cm Abweichungen auch im Zwischenergebnis nicht als Fehler betrachten)
	2	25,8 ohne Einheit
teilweise gelöst ¹	3	25,8 mit falscher Einheit
	4	15,8 oder $\sqrt{250}$
falsch oder unvollständig gelöst	5	35
	6	30
	7	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	8	$\sqrt{250} + 10$; $5 \cdot \sqrt{10} + 10$ nicht ausgerechnet
	0	keine Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

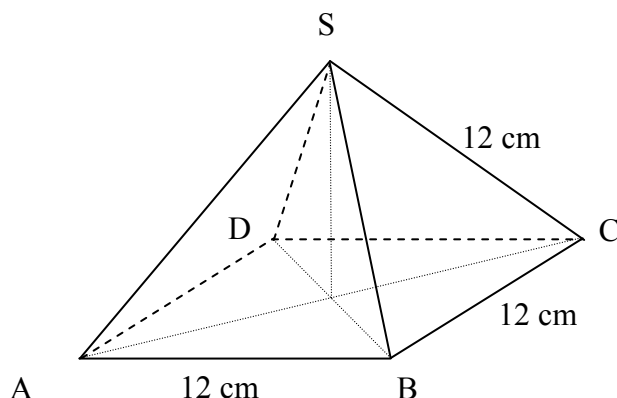
¹ Für die Raschskalierung wurde eine dichotome Codierung vorgenommen. Dabei wurden die Codes 1 und 2 mit 1 Punkt, alle übrigen Codes (außer 95) mit 0 Punkten bewertet.

Aufgabe nt2_6l: Pyramide

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams in Anlehnung an Deutsches Pisa-Konsortium (2000)

6. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein Quadrat. Jede Kante der skizzierten Pyramide misst 12 cm. Berechne die Höhe der Pyramide.

(Zeichnung nicht maßgenau)



Codieranweisung		
nt2_6l	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	8,49 cm \pm 0,05 cm mit Einheit
	2	8,49 \pm 0,05 ohne Einheit
falsch oder unvollständig gelöst	3	8,49 \pm 0,05 mit falscher Einheit, falschem Vorzeichen, oder Schüler geht von falschen Annahmen aus und kommt „zufällig“ auf das richtige Ergebnis; der Lösungsweg ist aber falsch und/oder unvollständig
	4	12
	5	16,97 (Diagonale Grundfläche)
	6	10,39 bzw. $\sqrt{108}$ oder 13,42
	7	14,7 oder $\sqrt{216}$
	8	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgaben nt2_7la-e: Katheten verlängern

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

- 7.a) Berechne die Länge der Kathete f in einem rechtwinkligen Dreieck. Die Länge der anderen Kathete beträgt $g = 5$ cm und die Länge der Hypotenuse $h = 6$ cm.**
- b) Verlängere die beiden Seitenlängen g und h jeweils um 1 cm. Wie lang ist dann f?**
- c) Verlängere die beiden Seitenlängen g und h aus der Aufgabe a) um jeweils 2 cm. Wie lang ist jetzt f?**
- d) Was fällt dir auf, wenn du die Lösungen von a), b) und c) miteinander vergleichst?**
- e) Wie kannst du eine Strecke mit der Länge $\sqrt{19}$ konstruieren? Beschreibe, wie du vorgehen würdest. (Benutze dazu d) oder suche einen anderen Lösungsweg.)**

Codieranweisung		
nt2_7la	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$\sqrt{11}$ cm
	2	$\sqrt{11}$ ohne Einheit
	4	3,3 cm
	5	3,3 ohne Einheit
falsch oder unvollständig gelöst	3	$\sqrt{11}$ mit falscher Einheit
	6	3,3 mit falscher Einheit
	7	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_7lb	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$\sqrt{13}$ cm
	2	$\sqrt{13}$ ohne Einheit
	4	3,6 cm
	5	3,6 ohne Einheit
falsch oder unvollständig gelöst	3	$\sqrt{13}$ mit falscher Einheit
	6	3,6 mit falscher Einheit
	7	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_7lc	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$\sqrt{15}$ cm
	2	$\sqrt{15}$ ohne Einheit
	4	3,9 cm
	5	3,9 ohne Einheit
falsch oder unvollständig gelöst	3	$\sqrt{15}$ mit falscher Einheit
	6	3,9 mit falscher Einheit
	7	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_7ld	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	die Zahl unter der Wurzel erhöht sich immer um 2(cm): $\sqrt{11}$ cm; $\sqrt{13}$ cm; $\sqrt{15}$ cm
	2	das Ergebnis erhöht sich immer um 0,3 cm (auch 0,28)
falsch oder unvollständig gelöst	3	f wird immer um 2 cm länger (auch Ergebnis um 2 größer)
	4	f verändert sich, wird größer, verlängert sich um 0,2cm.
	5	nimmt um $\sqrt{2}$ zu
	6	andere falsche oder unvollständige Lösungen (z.B. 1,4), auch „nichts“
	0	keine Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_7le	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	man konstruiert ein rechtwinkliges Dreieck mit Kathete $g = 9 \text{ cm}$ und Hypotenuse $h = 10 \text{ cm}$. Die fehlende Kathete f ist $\sqrt{19} \text{ cm}$ lang.
	2	$g = 9 \text{ cm}$ und $h = 10 \text{ cm} \Rightarrow f = \sqrt{19} \text{ cm}$ auch narrativ: Strecke g muss 9 cm sein und Strecke h 10 cm , dann ist f $\sqrt{19} \text{ cm}$ lang
falsch oder unvollständig gelöst	3	man zieht aus 19 die Wurzel und zeichnet es
	4	f nur berechnet: (es ist ausschließlich eine Rechnung dokumentiert) $f = \sqrt{(10 \text{ cm})^2 - (9 \text{ cm})^2} = \sqrt{19 \text{ cm}^2} = \sqrt{19} \text{ cm}$
	5	nimmt um $2 \cdot \sqrt{2}$ zu
	6	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösung
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgaben nt2_8f1, nt2_8j2-3, nt2_8m1-3, nt2_8s1-3: Beweise zum Satz des Pythagoras

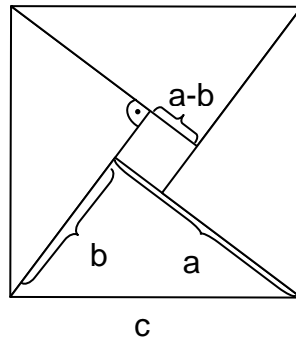
Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

8. Silvia, Jens, Frank und Meike haben versucht, den Satz des Pythagoras zu beweisen. Wie beurteilst Du die Lösungen der vier Schüler?

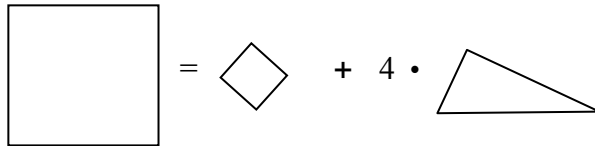
Satz des Pythagoras: Im rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c gilt: $a^2 + b^2 = c^2$.

Aufgabe nt2_8f1

Franks Antwort:



Aussage:



$$(1) \quad c^2 = (a-b)^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$$

$$(2) \quad c^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$$

$$(3) \quad c^2 = -2ab + c^2 + 2ab$$

$$(4) \quad c^2 = c^2$$

Begründung:

Das große Quadrat hat die Fläche c^2 . Es setzt sich aus dem kleinen Quadrat mit der Fläche $(a-b)^2$ und den 4 Dreiecken zusammen. Jedes der Dreiecke hat die Fläche $\frac{a \cdot b}{2}$.

nach binomischer Formel ist
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

da $a^2 + b^2 = c^2$, ersetze ich
 $a^2 + b^2$ durch c^2

$$-2ab + 2ab = 0$$

Das ist richtig. Also ist die Behauptung wahr.

Beurteilung von Franks Lösung:

Franks Lösung...

ja (1) nein (2)

..enthält einen Fehler. (nt2_8f1)

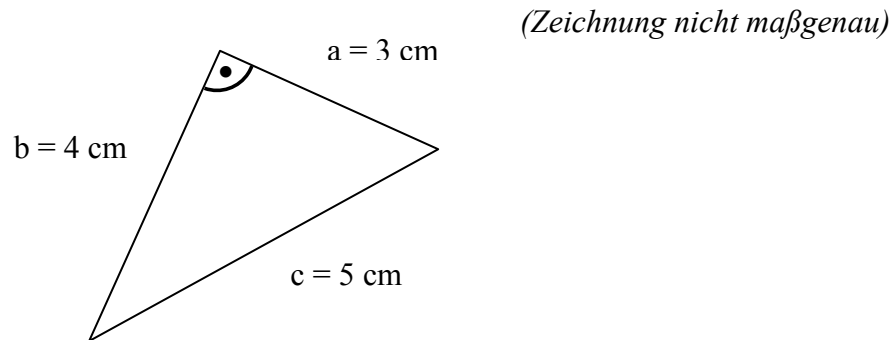
☐
☐

Codieranweisung		
nt2_8f1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt2_8j2-3

Jens Antwort:

Ich habe mehrere rechtwinklige Dreiecke gezeichnet und ihre Seiten a, b und c gemessen. In jedem gezeichneten Dreieck war c^2 genauso groß wie die Summe aus a^2 und b^2 .



In einem Fall ergaben meine Messungen: $a = 3$ cm, $b = 4$ cm und $c = 5$ cm.
 Es ist $3^2 + 4^2 = 5^2$, denn $9 + 16 = 25$. Also gilt tatsächlich: $a^2 + b^2 = c^2$.
 Die Behauptung ist also wahr!

Beurteilung von Jens Lösung:

Jens Lösung...

ja (1) nein (2)

..zeigt, dass die Behauptung für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt. (nt2_8j2)

☐
☐

..zeigt, dass die Behauptung für bestimmte rechtwinklige Dreiecke gilt. (nt2_8j3)

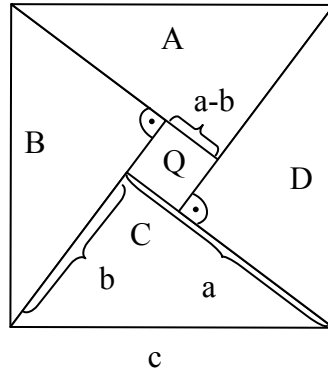
☐
☐

Codieranweisung		
nt2_8j2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_8j3	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt2_8m1-3

Meikes Antwort:



Das große Quadrat besteht aus einem kleinen Quadrat Q und vier gleich großen Dreiecken (A, B, C, D).

Zwei Dreiecke zusammen ergeben ein Rechteck mit der Fläche ab . Alle vier Dreiecke zusammen haben also die Fläche $2ab$.

Die Seitenlänge vom kleinen Quadrat ist $a - b$, das sieht man in der Skizze.

Seine Fläche ist also $(a - b)^2$. Wenn man dies ausrechnet, so erhält man:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Das kleine Quadrat und die vier Dreiecke zusammen sind dann so groß wie

$$a^2 - 2ab + b^2 + 2ab.$$

$- 2ab$ und $+ 2ab$ heben sich gegenseitig auf, es bleibt $a^2 + b^2$ übrig.

Das kleine Quadrat in der Mitte und die vier Dreiecke zusammen sind aber gleich groß wie das große Quadrat mit der Fläche c^2 . Also ist $a^2 + b^2 = c^2$. Die Behauptung ist also wahr!

Beurteilung von Meikes Lösung:

Meikes Lösung...

	ja (1)	nein (2)
..enthält einen Fehler. (nt2_8m1)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt. (nt2_8m2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung für bestimmte rechtwinklige Dreiecke gilt. (nt2_8m3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

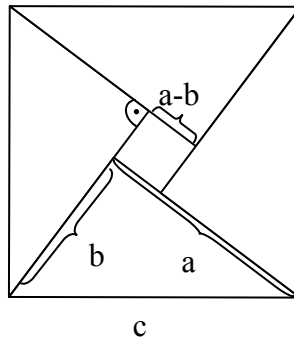
Codieranweisung		
nt2_8m1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_8m2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

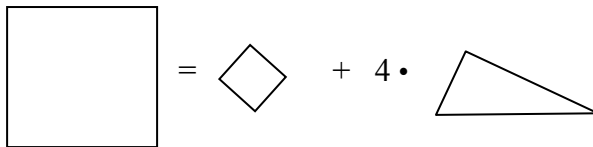
Codieranweisung		
nt2_8m3	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe nt2_8s1-3

Silvias Antwort:



Aussage:



$$(1) \quad c^2 = (a-b)^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$$

$$(2) \quad c^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$$

$$(3) \quad c^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab$$

$$(4) \quad c^2 = a^2 + b^2$$

Die Behauptung ist also wahr!

Begründung:

Das große Quadrat hat die Fläche c^2 .
Es setzt sich aus dem kleinen Quadrat mit der Fläche $(a-b)^2$ und den 4 Dreiecken zusammen. Jedes der Dreiecke hat die Fläche $\frac{a \cdot b}{2}$.

nach binomischer Formel ist
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Umformung von (2)

$$-2ab + 2ab = 0$$

Beurteilung von Silvias Lösung:

Silvias Lösung...

	ja (1)	nein (2)
..enthält einen Fehler. (nt2_8s1)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt. (nt2_8s2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
..zeigt, dass die Behauptung für bestimmte rechtwinklige Dreiecke gilt. (nt2_8s3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Codieranweisung		
nt2_8s1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_8s2	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	ja
falsch gelöst	2	nein
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Codieranweisung		
nt2_8s3	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	nein
falsch gelöst	1	ja
	0	mehrere Kreuze, kein Kreuz
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

8 Abschlusstest

Da eine Klasse die so genannte „Apfelaufgabe“ (Nr. 4a-c) bereits kannte, erhielt diese Klasse zwei Ersatzaufgaben, die hinsichtlich der Schwierigkeit in etwa vergleichbar waren mit der Apfelaufgabe.

Eine dieser Aufgaben (Aufgabe 5) wurde nicht einbezogen, da kein/keine Schüler/-in der betreffenden Klasse diese Aufgabe richtig gelöst hat.

8.1 Zweidimensionale Lösung

8.1.1 Basiswissen

Quelle:	siehe jeweilige Aufgabe
Instrument:	Abschlusstest
Insgesamt einbezogene Items:	at_1al at_1cl at_1dl at_1el at_1fl at_1gl at_1hl at_1il at_1jl at_1kl at_1ll at_1ml at_2l at_3l at_4b at_4c at_4al at_6
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Basiswissen / Anwendungsfähigkeiten
Ausgeschlossene Items:	at_5l

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen		rpb Bewertungsstufen		p50%	Fit (MSQ)
			0	1	0	1		
at_1al	Gleichung	823	10,0	90,0	-0,29	0,29	-2,52	1,01
at_1cl	negative Zahlen	823	5,4	94,7	-0,26	0,26	-3,24	0,99
at_1dl	Winkelsumme im Rechteck	823	29,2	70,8	-0,38	0,38	-1,04	1,01
at_1el	Bruch- Dezimalzahl	823	10,0	90,0	-0,33	0,33	-2,52	1,00
at_1gl	Distributivgesetz	823	27,7	72,3	-0,37	0,37	-1,12	1,05
at_1hl	Term vereinfachen	823	27,6	72,4	-0,43	0,43	-1,13	0,97
at_1il	Umfang eines Rechtecks	823	39,9	60,2	-0,38	0,38	-0,48	1,04
at_1jl	Brüche addieren	823	23,9	76,1	-0,45	0,45	-1,80	0,97
at_1kl	Term berechnen	823	6,7	93,3	-0,29	0,29	-2,99	0,98
at_1ll	Prozent	823	15,9	84,1	-0,40	0,40	-1,68	1,01
Skala: atr_2kumwle M = -0,12; STD = 1,12				Reliabilität: 0,64 Varianz: 0,89				

8.1.2 Anwendungsfähigkeiten

Quellen:	siehe jeweilige Aufgabe
Instrument:	Abschlusstest
Insgesamt einbezogene Items:	at_1al at_1cl at_1dl at_1el at_1fl at_1gl at_1hl at_1il at_1jl at_1kl at_1ll at_1ml at_2l at_3l at_4b at_4c at_4al at_6
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Basiswissen / Anwendungsfähigkeiten
Ausgeschlossene Items:	at_5l

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in % Bewertungsstufen			rpb Bewertungsstufen			p50%	Fit (MSQ)
			0	1		0	1			
at_1fl	Liter	823	67,4	32,6		-0,35	0,35		0,88	1,07
at_1ml	Lehrer- Schüler	823	59,3	40,7		-0,42	0,42		0,45	1,04
at_2l	Quader	823	38,4	61,6		-0,50	0,50		-0,57	0,96
at_3l	Leuchtturm	823	42,8	57,2		-0,44	0,44		-0,35	1,03
at_4b	Äpfel	804	61,8	38,2		-0,55	0,55		0,60	0,89
			Bewertungsstufen			Bewertungsstufen				
			0	1	2	0	1	2		
at_4al	Äpfel	804	24,4	11,0	64,7	-0,53	-0,14	0,57	-0,74	1,02
at_4c		804	68,9	22,6	8,5	-0,54	0,35	0,38	1,51	0,91
at_6	Gebäude	19	68,4	26,3	5,3	-0,31	-0,03	0,70	0,99	0,78
Skala: atr_2anwwle					Reliabilität: 0,70					
M = 0,02; STD = 1,19					Varianz: 0,99					

Korrelation zwischen den Dimensionen:

Dimension	Anwendungsfähigkeiten
Basiswissen	0,45

8.2 Eindimensionale Lösung

8.2.1 Wissen im Abschlusstest

Quelle:	siehe jeweilige Aufgabe
Instrument:	Abschlusstest
Insgesamt einbezogene Items:	at_1al at_1cl at_1dl at_1el at_1fl at_1gl at_1hl at_1il at_1jl at_1kl at_1ll at_1ml at_2l at_3l at_4b at_4c at_4al at_6
Insgesamt einbezogene Konstrukte:	Wissen im Abschlusstest
Ausgeschlossene Items:	at_5l

Variablen- name/Items	Aufgaben	N	Häufigkeit in %			rpb			p50%	Fit (MSQ)
			Bewertungsstufen			Bewertungsstufen				
			0	1		0	1			
at_1al	Gleichung	823	10,0	90,0		-0,29	0,29		-2,50	0,99
at_1cl	negative Zahlen	823	5,4	94,7		-0,26	0,26		- 3,22	0,98
at_1dl	Winkelsumme im Rechteck	823	29,2	70,8		-0,38	0,38		-1,03	1,03
at_1el	Bruch- Dezimalzahl	823	10,0	90,0		-0,33	0,33		-2,50	0,97
at_1fl	Liter	823	67,4	32,6		-0,35	0,35		0,85	1,09
at_1gl	Distributivgesetz	823	27,7	72,3		-0,37	0,37		-1,11	0,99
at_1hl	Term vereinfachen	823	27,6	72,4		-0,43	0,43		-1,12	1,01
at_1il	Umfang eines Rechtecks	823	39,9	60,2		-0,38	0,38		-0,48	1,04
at_1jl	Brüche addieren	823	17,4	82,6		-0,43	0,43		-1,79	0,98
at_1kl	Term berechnen	823	6,7	93,3		-0,29	0,29		-2,96	0,96
at_1ll	Prozent	823	19,1	80,9		-0,36	0,36		-1,66	0,98
at_1ml	Lehrer-Schüler	823	59,3	40,7		-0,42	0,42		0,44	1,01
at_2l	Quader	823	38,4	61,6		-0,50	0,50		-0,55	0,94
at_3l	Leuchtturm	823	42,8	57,2		-0,44	0,44		-0,34	0,99
at_4b	Äpfel	804	61,8	38,2		-0,55	0,55		0,58	0,92
			Bewertungsstufen			Bewertungsstufen				
			0	1	2	0	1	2		
at_4al	Äpfel	804	24,4	11,0	64,7	-0,53	-0,14	0,57	-0,69	1,06
at_4c		804	68,9	22,6	8,5	-0,54	0,35	0,38	1,43	0,93
at_6	Gebäude	19	68,4	26,3	5,3	-0,31	-0,03	0,70	0,96	0,91
Skala: atr_1wle					Reliabilität: 0,72					
M = -0,01; STD = 1,09					Varianz: 0,81					

8.3 Aufgaben des Abschlusstests

Aufgabe at_1a1: Gleichung

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

a) Löse die Gleichung nach a auf: $4a = 56$

Codieranweisung		
at_1a1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$a = 14$
falsch gelöst	2	$a = 24$
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1c1: negative Zahlen

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

c) Berechne: $-7 + 4 =$

Codieranweisung		
at_1c1	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	-3
falsch gelöst	2	-11
	3	3
	4	11
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1dl: Winkelsumme im Rechteck

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

d) Wie groß ist die Winkelsumme im Rechteck?

Codieranweisung		
at_1dl	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	360 Grad/ 360°
	2	360 ohne Einheit
falsch gelöst	3	180
	4	360 mit falscher Einheit
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1el: Bruch - Dezimalzahl

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

e) Was ist größer: 0,3 oder $\frac{1}{4}$?

Codieranweisung		
at_1el	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	0,3
falsch gelöst	2	$\frac{1}{4}$
	3	keins von beiden ($0,3 = \frac{1}{4}$)
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1fl: Liter

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

1f) Wie viel cm³ hat 1 Liter?

Codieranweisung		
at_1fl	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	1000 cm ³
	2	1000 ohne Einheit
falsch oder unvollständig gelöst	3	1000 mit falscher Einheit
	4	100
	5	10
	6	1
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1gl: Distributivgesetz

Quelle: Kunter et al. (2000)

g) Berechne und kreuze die richtige Lösung an!

$$4 + 3 \cdot (2+1) =$$

1 ☐ 11

2 ☐ 13

3 ☐ 14

4 ☐ 15

5 ☐ 21

Codieranweisung		
at_1gl	Code	Bedeutung
richtig gelöst	2	13
falsch gelöst	1	11
	3	14
	4	15
	5	21
	0	kein Kreuz oder mehrere Kreuze
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1hl: Term vereinfachen

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

h) Fasse so weit wie möglich zusammen: $x \cdot x + x + x$

Codieranweisung		
at_1hl	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$x^2 + 2x$
falsch oder unvollständig gelöst	2	$x^2 + x + x$
	3	$4x$
	4	$3x$
	5	$2x^2 + x$
	6	$3x^2$ oder $2x^2$
	7	Punkt vor Strichrechnung (narrativ)
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1il: Umfang eines Rechtecks

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

i) Wie berechnet man den Umfang eines Rechtecks? Schreibe die Formel in Worten (nicht in Buchstaben) auf.

Codieranweisung		
at_1il	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	2 mal kurze Seite plus 2 mal lange Seite
	2	alle Seiten des Rechtecks addieren oder: Länge + Länge + Breite + Breite
	3	Zwei mal (Länge plus Breite)
falsch oder unvollständig gelöst	4	Länge mal Breite
	5	Länge mal 4
	6	Höhe mal Breite
	7	richtige Formel hingeschrieben: $U=2a + 2b$
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1jl: Brüche addieren

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

j) Berechne: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Codieranweisung		
at_1jl	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$\frac{5}{6}$ bzw. $0,8\bar{3}$
falsch oder unvollständig gelöst	2	0,8 oder 0,83 (ohne Periodenstrich)
	3	andere falsche Lösungen, z.B. $\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{5}$
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1kl: Term berechnen

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

k) Setze 3 für b ein, und berechne den Wert des Terms $2 \cdot b^2$.

Codieranweisung		
at_1kl	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	18
falsch gelöst	2	12
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1ll: Prozent

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams

l) Was ist 1% von 50?

Codieranweisung		
at_1ll	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	0,5
	2	$\frac{1}{2}$
falsch gelöst	3	0,5% oder $\frac{1}{2}\%$
	4	50
	5	2
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_1ml: Lehrer – Schüler

Quelle: Eigenentwicklung des Forschungsteams (vgl.auch Rosnick & Clement, 1980)

1m) In Deutschland gibt es 15-mal mehr Schüler als Lehrer. Schreibe eine passende Formel mit Buchstaben auf. Verwende den Buchstaben *S* für die Anzahl der Schüler und den Buchstaben *L* für die Anzahl der Lehrer.

Codieranweisung		
at_1ml	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$S = 15 L$ oder $L = \frac{S}{15}$
	2	S: 15x L: x
falsch gelöst	3	$L = 15 S$ oder $S = \frac{L}{15}$
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_2l: Quader

Quelle: Kunter et al. (2000)

2) Ein Quader hat ein Volumen von 120 m^3 . Die Länge der Grundfläche beträgt 6 m, die Breite 4 m. Berechne die Höhe des Quaders.

Codieranweisung		
at_2l	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	5 m
	2	5 ohne Einheit
falsch gelöst	3	5 mit falscher Einheit
	8	andere falsche Lösungen
	0	keine Lösung notiert
	99	Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_3l: Leuchtturm

Quelle: Kunter et al. (2000)

3. Ein Leuchtturm ragt 50 m über die Wasseroberfläche. Ein Fünftel seiner Länge befindet sich im Wasser, ein weiteres Viertel in der Erde. Wie groß ist die gesamte Länge des Turmes? Kreuze die Gleichung an, die zur richtigen Berechnung führt.

1 ☐ $\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 50 = x$

2 ☐ $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + 50 = 1$

3 ☐ $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + 50x = x$

4 ☐ $\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 50x = 1$

5 ☐ $\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 50x = x$

Codieranweisung		
at_3l	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 50 = x$
falsch oder unvollständig gelöst	2	$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + 50 = 1$
	3	$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + 50x = x$
	4	$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 50x = 1$
	5	$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 50x = x$
	0	kein Kreuz oder mehrere Kreuze
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

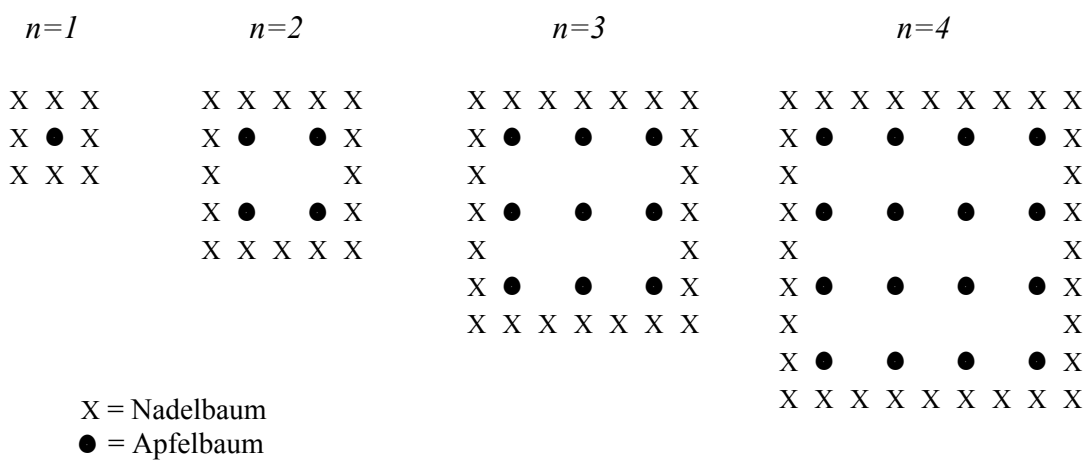
Aufgaben at_4a1, b, c: Äpfel

Quelle: OECD (2000)

ÄPFEL

4. Ein Bauer pflanzt Apfelbäume an, die er in einem quadratischen Muster anordnet. Um diese Bäume vor dem Wind zu schützen, pflanzt er Nadelbäume um den Obstgarten herum.

Im folgenden Diagramm siehst du das Muster, nach dem Apfelbäume und Nadelbäume für eine beliebige Anzahl (n) von Apfelbaumreihen gepflanzt werden:



4a) Vervollständige die Tabelle:

n	Anzahl Apfelbäume	Anzahl Nadelbäume
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Die Codierregeln für die Apfelaufgabe (Teilaufgaben a-c) wurden wörtlich aus dem PISA-Codierungsmanual übernommen.

Codieranweisung		
at_4al	Code	Bedeutung
richtig gelöst ^m	1	alle 7 Einträge sind richtig
	2	korrekte Einträge bei $n = 2,3,4$ aber eine Zelle bei $n = 5$ ist falsch o. nicht ausgefüllt <ul style="list-style-type: none"> • letzter Eintrag („40“) ist falsch, alles andere richtig • „25“ ist falsch, alles andere richtig
	3	die Zahlen bei $n = 5$ sind richtig, aber ein Eintrag für $n = 2$ o. 3 o. 4 ist falsch bzw. fehlt
falsch oder unvollständig gelöst	4	korrekte Einträge für $n = 2,3,4$ aber beide Zellen für $n = 5$ sind falsch bzw. fehlen
	5	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	93	Kugel und Gebäudeaufgabe bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

^m Lösungen mit Code 1 wurden in der Raschskalierung als vollständig gelöst bewertet (2 Punkte), Lösungen mit Code 2 und 3 wurden als teilweise gelöst bewertet (1 Punkt).

4b) Es gibt zwei Formeln, die man verwenden kann, um die Anzahl der Apfelbäume und die Anzahl der Nadelbäume für das oben beschriebene Muster zu berechnen:

$$\text{Anzahl der Apfelbäume} = n^2$$

$$\text{Anzahl der Nadelbäume} = 8n$$

wobei n die Anzahl der Apfelbaumreihen bezeichnet.

Es gibt einen Wert für n , bei dem die Anzahl der Apfelbäume gleich groß ist wie die Anzahl der Nadelbäume. Bestimme diesen Wert und gib an, wie du ihn berechnet hast.

Codieranweisung		
at_4bl	Code	Bedeutung
richtig gelöst	1	<ul style="list-style-type: none"> $n = 8$, algebraische Methode explizit angegeben ($n^2 = 8n$, $n^2 - 8n = 0$, $n(n - 8) = 0$, $n = 0$ & $n = 8$, also $n = 8$) $n = 8$, algebraische Methode nicht klar sichtbar oder keine Berechnungen angegeben ($n^2 = 8^2 = 64$; $8n = 8 \cdot 8 = 64$; $n^2 = 8n$. Das ergibt $n = 8$; $8 \times 8 = 64$, $n = 8$; $n = 8$; $8 \times 8 = 8^2$) $n = 8$, mit anderen Lösungswegen, z.B. Fortsetzen des Musters in der Tabelle oder Zeichnung.
	2	$n = 8$ UND $n = 0$
falsch oder unvollständig gelöst	3	andere Antworten, inklusive nur der Antwort $n = 0$ (nur bei klaren Auflösungen nach n , oder bei Nennung der Zahl 64)
	0	keine Lösungen für n notiert: z. B. $n^2 + 8n = 8n^3$ oder nur $n^2 + 8n$
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	93	Kugel und Gebäudeaufgabe bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

4c) Angenommen, der Bauer möchte einen viel größeren Obstgarten mit vielen Reihen von Bäumen anlegen. Was wird schneller zunehmen, wenn der Bauer den Obstgarten vergrößert: die Anzahl der Apfelbäume oder die Anzahl der Nadelbäume? Erkläre, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

Codieranweisung		
at_4c	Code	Bedeutung
richtig gelöst ⁿ	1	Korrekte Antwort „Apfelbäume“ mit richtiger Begründung, z.B. <ul style="list-style-type: none"> • Apfelbäume = $n \times n$ und Nadelbäume = $8 \times n$, beide Formeln haben einen Faktor n, aber Apfelbäume haben ein weiteres n, welches größer wird, während der Faktor 8 gleich bleibt. Die Anzahl der Apfelbäume nimmt schneller zu. • Die Anzahl der Apfelbäume nimmt schneller zu, weil die Anzahl quadriert anstatt mit 8 multipliziert wird. • Die Anzahl der Apfelbäume ist quadratisch. Die Anzahl der Nadelbäume linear. Deshalb nehmen die Apfelbäume schneller zu. • Die Antwort verwendet einen Graphen um zu zeigen, dass (n^2) $(8n)$ nach $n = 8$ überholt.
	2	Korrekte Antwort (Apfelbäume) auf der Basis von spezifischen Beispielen oder dem Weiterführen der Tabelle. <ul style="list-style-type: none"> • Die Anzahl der Apfelbäume nimmt schneller zu, weil wenn man die Tabelle (vorige Seite) verwendet, findet man, dass die Anzahl der Apfelbäume schneller steigt als die der Nadelbäume. Das passiert vor allem nachdem die Anzahl der Apfel- und der Nadelbäume gleich sind. • Die Tabelle zeigt, dass die Anzahl der Apfelbäume schneller zunimmt.
teilweise gelöst	3	Richtige Antwort (Apfelbäume) zusammen mit Anhaltspunkten, die zeigen, dass die Beziehung zwischen n^2 und $8n$ verstanden wurde, aber nicht so klar ausgedrückt wie in Code 1. <ul style="list-style-type: none"> • Apfelbäume nach $n > 8$. • Nach 8 Reihen wird die Anzahl der Apfelbäume schneller zunehmen als die der Nadelbäume. Die Nadelbäume bis man zu Reihe 8 kommt und dann wird es mehr Apfelbäume geben.
	4	Nadelbäume
falsch gelöst	5	andere Lösungen (z.B. keine der beiden Baumarten genannt oder beide)
	0	keine Lösungen notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	93	Kugel und Gebäudeaufgabe bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

ⁿ Lösungen mit Code 1 wurden in der Raschskalierung als vollständig gelöst bewertet (2 Punkte), Lösungen mit Code 2 und 3 wurden als teilweise gelöst bewertet (1 Punkt).

Bei den folgenden beiden Aufgaben 5 und 6 handelt es sich um die Ersatzaufgaben für diejenige Klasse, die die Apfelaufgabe bereits im Unterricht behandelt hatte.

Aufgabe at_5l: Das Volumen einer Kugel

Quelle: Kunter et al. (2000)

5. Die Formel für das Volumen einer Kugel lautet $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ (r = Radius der Kugel, $\pi \approx 3,14$). Wie ändert sich das Volumen einer Kugel, wenn der Radius verdoppelt wird?

- 1 ☐ Das Volumen verdoppelt sich.
- 2 ☐ Das Volumen vervierfacht sich.
- 3 ☐ Das Volumen versechsfacht sich.
- 4 ☐ Das Volumen verachtfacht sich.
- 5 ☐ Das kann ich erst dann entscheiden, wenn ich weiß, wie groß der Radius ist.

Codieranweisung		
at_5l	Code	Bedeutung
richtig gelöst	4	Das Volumen verachtfacht sich
falsch gelöst	1	Das Volumen verdoppelt sich
	2	Das Volumen vervierfacht sich
	3	Das Volumen versechsfacht sich
	5	Das kann ich erst dann entscheiden, wenn ich weiß, wie groß der Radius ist.
	99	kein Kreuz oder mehrere Kreuze
	93	Apfelaufgabe bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

Aufgabe at_6: Gebäude

Quelle: Baumert et al. (1998)

6. Diese beiden Anzeigen sind in einer Zeitung erschienen in einem Land, in dem die Währungseinheit *zeds* ist.

GEBÄUDE A

Büroräume zu vermieten

85 - 95 Quadratmeter

475 *zeds* pro Monat

100 - 120 Quadratmeter

800 *zeds* pro Monat**GEBÄUDE B**

Büroräume zu vermieten

35 - 260 Quadratmeter

90 *zeds* pro Quadratmeter

pro Jahr

Eine Firma ist daran interessiert, ein 110 Quadratmeter großes Büro in diesem Land für ein Jahr zu mieten. In welchem Bürogebäude, A oder B, sollte sie das Büro mieten, um den niedrigeren Preis zu bekommen? Wie rechnest du?

Codieranweisung		
at_6	Code	Bedeutung
vollständig gelöst	1	Gebäude A: richtige Berechnungen der Mieten für beide Gebäude: 9600/800 <u>und</u> 9900/825 <u>oder</u> 825 im Vergleich zu 800 gegeben
teilweise gelöst ^o	2	1.Fall: Gebäude A: richtige Berechnung der Miete für Gebäude A oder B, aber nicht für beide 2. Fall: Gebäude B oder keine Angabe, aber korrekte Berechnung der Mieten für beide Gebäude
falsch gelöst	3	Gebäude B ohne korrekte Berechnung der Mieten
	4	andere falsche oder unvollständige Lösungen
	0	keine Lösung notiert
	99	die Aufgabe nicht bearbeitet
	93	Apfelaufgabe bearbeitet
	95	den gesamten Test nicht bearbeitet

^o Für die Raschskalierung wurde der Code 1 mit zwei Punkten und der Code 2 mit einem Punkt gewertet.

9 Literaturverzeichnis

- Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (2000). *Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematisch und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn.* (Band 1: Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Pflichtschulzeit). Opladen: Leske+Budrich.
- Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich.* Opladen: Leske+Budrich.
- Baumert, J., Lehmann, R., Lehrke, M., Clausen, M., Hosenfeld, I., Neubrand, J., Patjens, S., Jungclaus, H. & Günther, W. (Hrsg.). (1998). *Testaufgaben Mathematik 7./8. Klasse (Population 2).* URL: <http://www.mpib-berlin.mpg.de/TIMSSII-Germany/index.htm>
- Baumert, J., Lehmann, R., Lehrke, M., Schmitz, B., Clausen, M., Hosenfeld, I., Köller, O. & Neubrand, J. (1997). *TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im nationalen Vergleich. Deskriptive Befunde.* Opladen: Leske & Budrich.
- Bond, T. G. & Fox, C. M. (2001). *Applying the Rasch model: Fundamental measurement in the human sciences.* Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Clausen, M. (2002). *Qualität von Unterricht – Eine Frage der Perspektive?* Münster: Waxmann.
- Deutsches PISA-Konsortium (2000). *Nationaler PISA-Test* (unveröffentlicht).
- Diedrich, M., Thußbas, C. & Klieme, E. (2002). Professionelles Lehrerwissen und selbstberichtete Unterrichtspraxis im Fach Mathematik. 45. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik, 105-127.
- Healy, L & Hoyles, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics.* Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, J.K., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N. & Stigler, J. (2003). *Teaching Mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study.* Washington, DC: National Center for Educational Statistics, U.S. Department of Education.
- Klieme, E. (1999). *Unterrichtsqualität und mathematisches Verständnis in verschiedenen Unterrichtskulturen.* Forschungsantrag an die Deutsche Forschungsgemeinschaft. Berlin: Max Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Klieme, E. & Reusser, K. (2003). Unterrichtsqualität und mathematisches Verständnis im internationalen Vergleich. Ein Forschungsprojekt und erste Schritte zur Realisierung. *Unterrichtswissenschaft* 31(3), 194-205.
- Kunter, M., Schümer, G., Artelt, C., Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (Hrsg.) (2000). *PISA 2000: Dokumentation der Erhebungsinstrumente.* Materialien aus der Bildungsforschung, Band 72. Berlin: MPI
- Linacre, J. M. (2002). What do infit and outfit, mean-square and standardized mean? *Rasch Measurement Transactions*, 16(2), 878.
- Lipowsky, F., Rakoczy, K., Klieme, E., Reusser, K. & Pauli, C. (2005). Unterrichtsqualität im Schnittpunkt unterschiedlicher Perspektiven. In H.G. Holtappels & K. Höhmann (Hrsg.), *Schulentwicklung und Schulwirksamkeit. Systemsteuerung, Bildungschancen und Entwicklung der Schule* (S. 223-238). Weinheim: Juventa.

- Lipowsky, F., Thußbas, C., Klieme, E., Reusser, K. & Pauli, C. (2003). Professionelles Lehrwissen, selbstbezogene Kognitionen und wahrgenommene Schulumwelt – Ergebnisse einer kulturvergleichenden Studie deutscher und Schweizer Mathematiklehrkräfte. *Unterrichtswissenschaft* 31(3), 206-237.
- OECD (Hrsg.) (2000). *Beispielaufgaben aus dem Mathematiktest*. URL: http://www.mpib-berlin.mpg.de/pisa/Beispielaufgaben_Mathematik.pdf.
- Pauli, C. & Reusser, K. (2003). Unterrichtsskripts im schweizerischen und im deutschen Mathematikunterricht. *Unterrichtswissenschaft*, 31(3), 238-272.
- Prenzel, M., Baumert, J., Blum, W., Lehmann, R., Leutner, D., Neubrand, M., Pekrun, R., Rolff, H.-G., Rost, J. & Schiefele, U. (Hrsg.) (2004). *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*. Münster: Waxmann.
- Reiss, K. (2003). *Argumentieren, Begründen, Beweisen im Mathematikunterricht*. URL: <http://blk.mat.uni-bayreuth.de/material/db/59/beweis.pdf>
- Reiss, K., Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. 45. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik, S. 51-64.
- Reusser, K. & Pauli, C. (2000). *Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis. Eine schweizerisch-deutsche Videostudie*. Forschungsgesuch an den SNF. Zürich: Universität Zürich, Pädagogisches Institut.
- Rosnick, P. & Clement, J. (1980). Learning without Understanding: The Effect of Tutoring Strategies on Algebra Misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior* 3, (1), 3-27
- Rost, J. (2004). *Testtheorie und Testkonstruktion*. Bern: Huber.
- Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. New York: Free Press.

Materialien zur Bildungsforschung

Herausgegeben von der Gesellschaft zur Förderung
Pädagogischer Forschung und dem Deutschen Institut
für Internationale Pädagogische Forschung

Band 1

Renate Martini: „Schulautonomie“. Auswahlbibliographie 1989-1996. 1997. 220 S. ISBN 3-923638-17-5. € 17,15.

Band 2

Clive Hopes: Assessing, evaluating and assuring quality in schools in the European Union. 1998. 211 S. ISBN 3-923638-19-1. € 17,15

Band 3

Clive Hopes: Beurteilung, Evaluation und Sicherung der Qualität an Schulen in der Europäischen Union. 1998. 167 S. ISBN 3-923638-20-5. € 14,30

Band 4

Peter Döbrich, Ingrid Plath, Heinrich Trierscheid (Hrsg.): **ArbeitsPlatz-Untersuchungen** mit Hessischen Schulen. Zwischenergebnisse 1998. 1999. 272 S. ISBN 3-923638-21-3. € 17,15

Band 5

Hermann Avenarius/Hans Döbert (Hrsg.): „Schule in erweiterter Verantwortung“. Ein Berliner Modellversuch (1995 bis 1998). Abschlußbericht der wissenschaftlichen Begleitung. 1998. 89 S. ISBN 3-923638-22-1. (vergriffen)

Band 6

Peter Döbrich/Harry Neß (Hrsg.): EUROPASS-Berufsbildung – Anstoß und Projekt im nationalen Reformprozess –. Fachtagung am 2. Juni 1999. 2000. 156 S. ISBN 3-923638-24-8. € 14,30

Band 7

Peter Döbrich (Hrsg.): Qualitätsentwicklung im naturwissenschaftlichen Unterricht. Fachtagung am 15. Dezember 1999. 2002. 68 S. ISBN 3-923638-25-6. € 10,00

Band 8

Harry Neß/Peter Döbrich (Hrsg.): Doppeltqualifizierende Bildungswege – ein europäisches Modell für die Zukunft?! Fachtagung am 19. September 2001. 2003. 162 S. ISBN 3-923638-26-4. € 14,30

Band 9

Peter Döbrich/Bernd Frommelt (Hrsg.): Europäisierung und Reform der Lehrerbildung in Hessen und Rheinland-Pfalz. Jahrestagung am 26. und 27. März 2003. 2004. 78 S. ISBN 3-923638-27-2. € 10,00

Band 10

Brigitte Steinert/Marius Gerech/Eckhard Klieme/Peter Döbrich: Skalen zur Schulqualität: Dokumentation der Erhebungsinstrumente. ArbeitsPlatzUntersuchung (APU)/Pädagogische Entwicklungsbilanzen (PEB). 2003. 170 S. ISBN 3-923638-28-0. € 14,30

Band 11

Martina Diedrich/Hermann Josef Abs/Eckhard Klieme: Evaluation im BLK-Modellprogramm Demokratie lernen und leben: Skalen zur Befragung von Schüler/-innen, Lehrer/-innen und Schulleitungen. 2004. 189 S. ISBN 3-923638-29-9. € 18,60

Band 12

Hermann Josef Abs/Peter Döbrich/Erika Vögele/Eckhard Klieme: Skalen zur Qualität der Lehrerbildung – Dokumentation der Erhebungsinstrumente: Pädagogische Entwicklungsbilanzen an Studienseminaren (PEB-Sem). 2. überarb. Auflage. 2005. 125 S. ISBN 3-923638-30-2. € 14,30

Band 13

Katrin Rakoczy/Alex Buff/Frank Lipowsky: Teil 1: Befragungsinstrumente. In: Eckhard Klieme/Christine Pauli/Kurt Reusser (Hrsg.): Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“. 2005. 297 S. ISBN 3-923638-31-0. € 19,60

Band 14

Frank Lipowsky/Barbara Drollinger-Vetter/Johannes Hartig/Eckhard Klieme: Teil 2: Leistungstests. In: Eckhard Klieme/Christine Pauli/Kurt Reusser (Hrsg.): Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“. 2006. 114 S. ISBN-10: 3-923638-32-9; ISBN 13: 978-3-923638-32-1. € 14,30

Band 15

Isabelle Hugener/Christine Pauli/Kurt Reusser: Teil 3: Videoanalysen. In: Eckhard Klieme/Christine Pauli/Kurt Reusser (Hrsg.): Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“. 2006. 270 S. ISBN-10: 3-923638-33-7; ISBN-13: 978-3-923638-33-8. € 19,60

Band 16

Marius Gerecht: Schulqualität und Schulevaluation – Schulspezifische Rückmeldung auf der Basis der Pädagogischen Entwicklungsbilanzen. 2006. 167 S. ISBN-10: 3-923638-34-5, ISBN-13: 978-3-923638-34-5. € 14,30

Die Reihe wird fortgesetzt